

Задача 2. M и N – множества из положительных чисел, $A = \sup M$, $B = \sup N$. K – множество всевозможных произведений xy , где $x \in M$, $y \in N$. Докажите, что $\sup K = AB$.

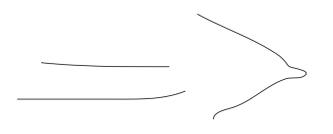
$$\begin{aligned} -5 < -3 & \quad -5 \cdot -4 < -3 \cdot -2 \\ -4 < -2 \end{aligned}$$

$$\forall x [x \in M : A \geq x] \wedge \forall \epsilon [\epsilon > 0 : \exists x [x \in M : x > A - \epsilon]]$$

$$\forall y [y \in N : B \geq y] \wedge \forall \epsilon [\epsilon > 0 : \exists y [y \in N : y > B - \epsilon]]$$

$$\sup(M) \cdot \sup(N) = \sup(M \cdot N)$$

1) для любого элемента m из M : $m \leq A$
 для любого элемента n из N : $n \leq B$



для любого элемента m из M и n из N : $m \cdot n \leq A \cdot B$

2) для любого $\epsilon > 0$:
 существует $m > A - \epsilon/2$
 существует $n > B - \epsilon/2$

для любого $\epsilon > 0$:

$$\begin{aligned} m &> A - \epsilon/2 \\ n &> B - \epsilon/2 \\ (A - \epsilon/2)(B - \epsilon/2) &= AB - B\epsilon/2 - A\epsilon/2 + \epsilon^2/4 \\ mn &> AB - B\epsilon/2 - A\epsilon/2 + \epsilon^2/4 > AB - B\epsilon/2 - A\epsilon/2 = AB - \epsilon/2(A+B) \\ mn &> AB - \epsilon/2(A+B) \\ mn &> AB - \epsilon \cdot \text{const} \end{aligned}$$

не бойтесь говорить одно и тоже 20-ью разными способами и не бойтесь, что при этом Вас поймут