

Задача 2.  $M$  и  $N$  - множества из положительных чисел,  $A = \sup M$ ,  $B = \sup N$ .  $R$  - множество всевозможных произведений  $xu$ , где  $x \in M$ ,  $y \in N$ . Докажите, что  $\sup R = AB$ .

$M$  и  $N$  - множества их положительных чисел,  $A = \sup(M)$ ,  $B = \sup(N)$ ,  $R$  - множество всевозможных сумм  $x * y$ , где  $x \in M$ ,  $y \in N$ . Докажите, что  $\sup(R) = A * B$

1) док-во того, что  $A+B$  удовлетворяет 1-ому св-ву точной верхней грани для произведений  $nm$ , где  $n$  из  $N$  и  $m$  из  $M$  для любого  $\epsilon > 0$ :

- существует  $m > A - \epsilon/2$
- существует  $n > B - \epsilon/2$
- существует  $mn > (A - \epsilon/2)(B - \epsilon/2)$      $mn > AB - \epsilon/2(A+B) + \epsilon^2/4 > AB - \epsilon/2(A+B)$
- $mn > AB - \epsilon/2(A+B - \epsilon/2)$

$mn > AB - \epsilon/2(A+B)$   
 $CONST = (A+B)/2$

$mn > AB - \epsilon * CONST$

т.к.  $n$  и  $m$  - это произвольные представители множеств

2) для любого элемента  $m$  из  $M$ :  $m \leq A$   
 для любого элемента  $n$  из  $N$ :  $n \leq B$   
 для любых элементов  $m$  из  $M$  и  $n$  из  $N$ :  $(mn) \leq AB$

