an=(1 + 1/n)^n cn=(1 + 1/n)^(n + 1)

Задача 1
Докажите, что существуют sup(an) и inf(cn)

Задача 2
Докажите, что sup(an)=inf(cn)

Определение
Числом Эйлера e называется sup(an) (и inf(cn))

ДАНО

$$c_n = \frac{1}{6n+1} \searrow$$

$$a_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n \nearrow$$

1. существует sup(an) и inf(cn)

$$\left(1+\frac{1}{n}\right) \le 2$$

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \le 3$$

$$\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1} \le 3$$

$c_n > 0$ inf c_n

$c_n \searrow$

$a_n \vee c_n$

$$\overset{2}{\|}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \le \overset{2^2=4}{\|}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}$$

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\left(1+\frac{1}{n}\right)$$

$a_n < c_n$

inf c_n $\exists$, sup $c_n = 4$

$a_n <$ sup c_n

sup a_n $\exists$

доказать sup(an) = inf(cn)

$$c_n - a_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1} - \left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= \left(1+\frac{1}{n}\right)^n\left(\frac{1}{n}\right) \le \frac{\sup a_n}{n} = \frac{const}{n}$$

$\overrightarrow{a_n}$ $\overleftarrow{c_n}$