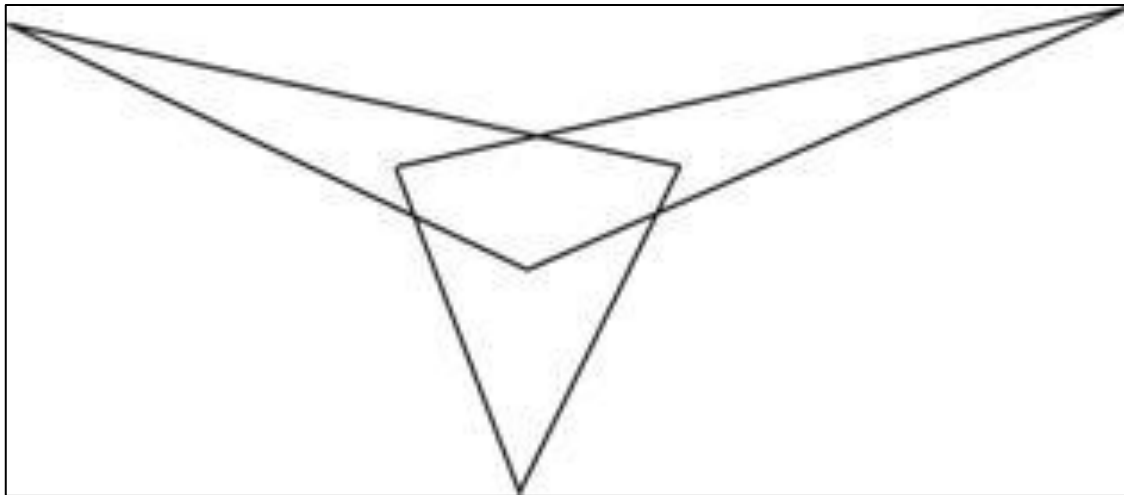


Построить замкнутую самопересекающуюся ломаную, пересекающую каждое своё звено ровно один раз. Докажите, что любая такая ломаная имеет чётное число звеньев.



пусть число пересечений n , тогда $4n$ точек им соответствуют, но каждая точка участвуют 2 раза, значит вершин в ломаной $2n$ штук

соседним 2-м точкам соответствует одно звено

из каждой точки ровно 2 звена, каждое звено подсчитаем дважды

$$2n \cdot 2 / 2 = \text{числу звеньев} = 2n$$

Условие

Имеется замкнутая самопересекающаяся ломаная. Известно, что она пересекает каждое свое звено ровно один раз. Докажите, что число звеньев чётно.

Решение

Через точку самопересечения проходят ровно два звена ломаной (если бы проходили три звена, то каждое из них ломаная пересекала бы по крайней мере два раза). Кроме того, на каждом звене лежит ровно одна точка самопересечения. Поэтому, сопоставив точке самопересечения пару пересекающихся в ней звеньев, мы получим разбиение звеньев на пары.