

Круг разделен на 6 равных секторов, в каждом секторе стоит фишка. Одним ходом разрешается взять две фишки и переставить каждую в сектор, соседний с её сектором. Можно ли за некоторое количество ходов перевести все фишки в один сектор?

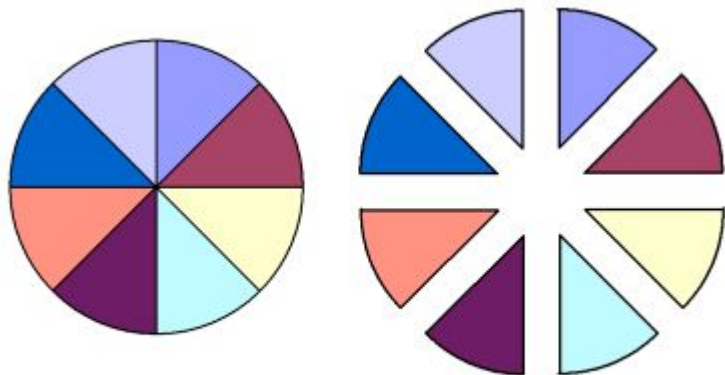
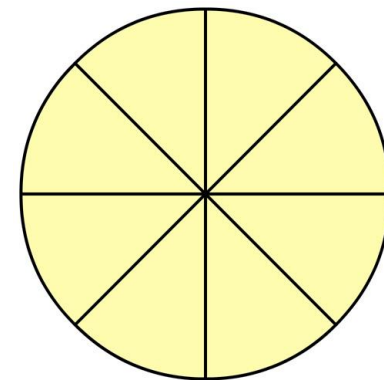


Рис. 1



Проследим за разностью сумм чисел, стоящих на местах с нечетными и чётными номерами (для определенности, пусть сектора занумерованы начиная от верхней единицы по часовой стрелке). Так как два соседних числа стоят на местах с номерами разной четности, то прибавление единиц увеличивает на 1 как сумму чисел с четными номерами, так и с нечетными, а разность остаётся неизменной.

В начальном положении разность равна 2, а в требуемом - 0, значит, сделать все числа равными не получится.

Условие

Круг разделен на 6 секторов, в каждом из которых стоит фишка. Разрешается за один ход сдвинуть любые две фишки в соседние с ними сектора. Можно ли с помощью таких операций собрать все фишки в одном секторе?

Решение

Занумеруем сектора по кругу числами от 1 до 6 и для любой расстановки фишек рассмотрим следующую величину S - сумму номеров секторов, в которых стоят данные нам 6 фишек (с учетом кратности).

Очевидно, что при сдвиге фишки в соседний сектор соответствующее ей слагаемое в сумме S меняет четность. Значит, если сдвигаются одновременно две фишки, то четность величины S не меняется - она инвариантна. Для начальной расстановки $S = 1$. Если же все фишки находятся в одном секторе с номером A , то $S = 6A$ - это четное число (а 1 - число нечетное).

Следовательно, из исходной расстановки нельзя получить расстановку, в которой все 6 фишек находятся в одном секторе.