

а) Двое играют, передвигая короля по шахматной доске. Допускаются ходы на одно поле влево, вниз или по диагонали влево-вниз. Выигрывает тот, кто ставит короля на поле a1. При каких начальных положениях короля выигрывает начинающий, а при каких — его партнёр?

б) Имеются две кучи камней. Двое играющих берут по очереди камни. Разрешено брать один камень из любой кучи или по одному камню из обеих куч. Выигрывает взявший последние камни. Исследуйте эту игру.



если кто-то попал в фиолетовую - он проиграл

Решение. Будем помечать знаком «-» позиции, проигрышные для начинающего, а знаком «+» — выигрышные. Очевидно, если король изначально находится на одном из полей a2, b1 или b2, то начинающий выигрывает:

8									
7									
6									
5									
4									
3									
2	+	+							
1	+								
	a	b	c	d	e	f	g	h	

Рассмотрим поля a3 и c1. Из них можно сделать ход только в выигрышные позиции, поэтому эти две позиции — проигрышные:

8									
7									
6									
5									
4									
3	-								
2	+	+							
1	+	-							
	a	b	c	d	e	f	g	h	

Клетки, из которых можно одним ходом попасть в проигрышную клетку — выигрышные:

8									
7									
6									
5									
4	+	+							
3	-	+							
2	+	+	+	+					
1	+	-	+						
	a	b	c	d	e	f	g	h	

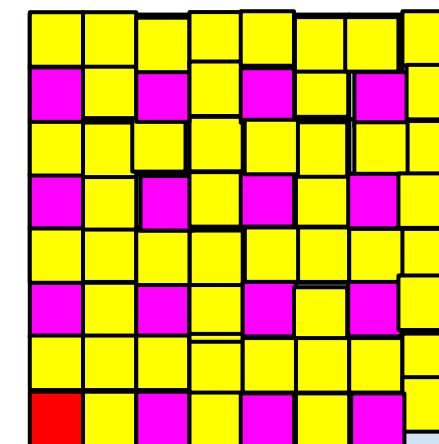
Так можно заполнить всю доску:

8	+	+	+	+	+	+	+	+	+
7	-	+	-	+	-	+	-	+	-
6	+	+	+	+	+	+	+	+	+
5	-	+	-	+	-	+	-	+	-
4	+	+	+	+	+	+	+	+	+
3	-	+	-	+	-	+	-	+	-
2	+	+	+	+	+	+	+	+	+
1	+	-	+	-	+	-	+	-	+
	a	b	c	d	e	f	g	h	

Указание. Эта задача — та же, что задача пункта а).

Решение. Нарисуем клетчатую таблицу, бесконечную вправо и вверх:

7								
6								
5								
4								
3								
2								
1								
0								
	0	1	2	3	4	5	6	7



Пусть в некоторый момент игры в кучах m и n камней соответственно. Поставим на поле с координатами $(m;n)$ короля. Можно либо сместить короля на одну клетку влево (уменьшить на 1 его абсциссу, которая равна числу камней в первой куче), либо на одну клетку вниз (взять камень из второй кучи), либо на одну клетку по диагонали влево-вниз (взять по камню из обеих куч). Победит тот, кто получит ситуацию $(0;0)$ — две пустые кучи, то есть тот, кто поставит короля на нижнюю левую клетку. Таким образом, эта задача совпадает с задачей пункта а), и мы может сразу нарисовать ответ:

7	+	+	+	+	+	+	+	+
6	-	+	-	+	-	+	-	+
5	+	+	+	+	+	+	+	+
4	-	+	-	+	-	+	-	+
3	+	+	+	+	+	+	+	+
2	-	+	-	+	-	+	-	+
1	+	+	+	+	+	+	+	+
0	+	-	+	-	+	-	+	-
	0	1	2	3	4	5	6	7

Таким образом, если изначально в обеих кучах было чётное число камней, то начинающий проигрывает, если же хотя бы в одной куче число камней нечётно — выигрывает.