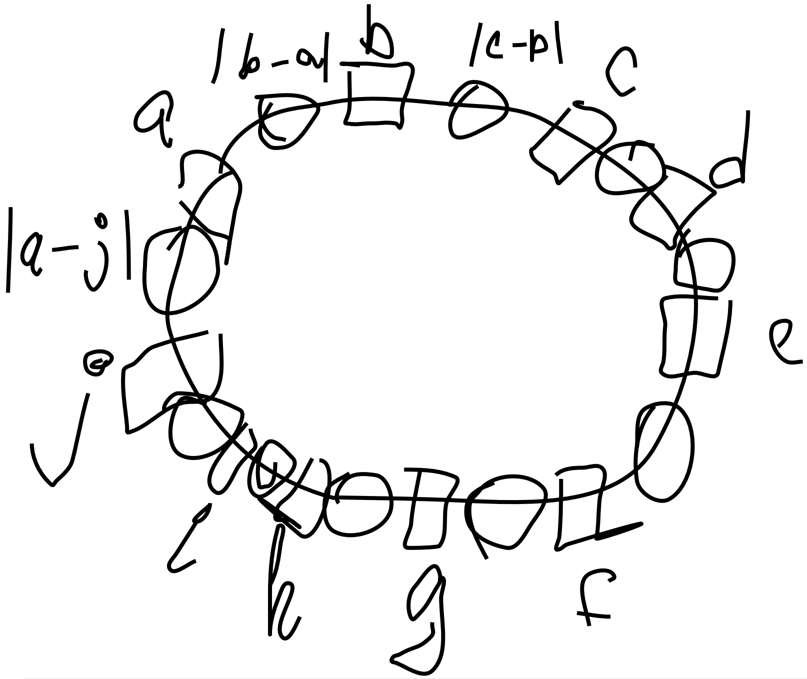
Имеется 10 гирек по кругу, между каждой гирькой находится шарик. Масса шарика равна разности масс соседних гирек. Можно ли положить все шарики на чашечные весы так, чтобы они уравновесились?



$(a-j)+(b-a)\ldots-i+j=0$

a

все массы со знаком минус перенесем вправо

получатся 2 кучки шариков одинаковой положительной массы

Условие

По кругу расставлены 10 железных гирек. Между каждыми соседними гирьками находится бронзовый шарик. Масса каждого шарика равна разности масс соседних с ним гирек. Докажите, что шарики можно разложить на две чаши весов так, чтобы весы уравновесились.

Решение

Обозначим массы гирек через m_i, а массы шариков — через x_i. Имеем

$$(m_1 - m_2) + (m_2 - m_3) + \ldots + (m_9 - m_{10}) + (m_{10} - m_1) = 0.$$

Действительно, каждое m_i входит в эту сумму два раза: один раз со знаком "+", а второй раз — со знаком "-". Поэтому все m_i сократятся.

Заметим, что каждая из величин в скобках $(m_i - m_{i+1})$ по модулю равна массе i-го шарика. Значит, это равенство можно переписать так:

$$\pm x_1 \pm x_2 \pm \ldots \pm x_9 \pm x_{10} = 0,$$

где перед некоторыми x_i стоит знак "+", а перед остальными — "-". Положим все шарики x_i, перед которыми стоят знаки "+" на левую чашу весов, а остальные — на правую. Ясно, что весы будут в равновесии.