

Исполнитель A16 преобразует число, записанное на экране.

У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Прибавить 2
3. Умножить на 2

Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая увеличивает его на 2, третья умножает его на 2.

Программа для исполнителя A16 – это последовательность команд.

Сколько существует таких программ, которые исходное число 3 преобразуют в число 12 и при этом траектория вычислений программы содержит число 10?

Траектория вычислений программы — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 132 при исходном числе 7 траектория будет состоять из чисел 8, 16, 18.

Решение.

Искомое количество программ равно произведению количества программ, получающих из числа 3 число 10, на количество программ, получающих из числа 10 число 12.

Пусть $R(n)$ — количество программ, которые число 3 преобразуют в число n , а $P(n)$ — количество программ, которые число 10 преобразуют в число n .

Для всех $n > 5$ верны следующие соотношения:

1. Если n не делится на 2, то тогда $R(n) = R(n - 1) + R(n - 2)$, так как существует два способа получения n — прибавлением единицы или прибавлением двойки. Аналогично $P(n) = P(n - 1) + P(n - 2)$

2. Если n делится на 2, тогда $R(n) = R(n - 1) + R(n - 2) + R(n / 2)$. Аналогично $P(n) = P(n - 1) + P(n - 2) + P(n / 2)$

Последовательно вычислим значения $R(n)$:

$$R(3) = 1$$

$$R(4) = R(3) = 1$$

$$R(5) = R(4) + R(3) = 1 + 1 = 2$$

$$R(6) = R(5) + R(4) + R(3) = 2 + 1 + 1 = 4$$

$$R(7) = R(6) + R(5) = 4 + 2 = 6$$

$$R(8) = R(7) + R(6) + R(4) = 6 + 4 + 1 = 11$$

$$R(9) = R(8) + R(7) = 11 + 6 = 17$$

$$R(10) = R(9) + R(8) + R(5) = 17 + 11 + 2 = 30$$

Теперь вычислим значения $P(n)$:

$$P(10) = 1$$

$$P(11) = P(10) = 1$$

$$P(12) = P(11) + P(10) = 2$$

Таким образом, количество программ, удовлетворяющих условию задачи, равно $30 \cdot 2 = 60$.

Ответ: 60.

Приведём решение на языке PascalABC.

```
var a:array [-5..12] of integer;
i:integer;
begin
  for i:=3 to 10 do begin
    a[1]:=1;
    if i mod 2 = 0 then a[i]:=a[i-1]+a[i-2]+a[i div 2];
    if i mod 2 = 1 then a[i]:=a[i-1]+a[i-2];
  end;
  for i:=1 to 9 do
    a[i]:=0;
  for i:=11 to 12 do begin
    if i mod 2 = 0 then a[i]:=a[i-1]+a[i-2]+a[i div 2];
    if i mod 2 = 1 then a[i]:=a[i-1]+a[i-2];
  end;
  println(a[12])
end.
```

Приведём другое решение на языке Python.

```
def f(x, y):
    if x > y:
        return 0
    if x == y:
        return 1
    else:
        return f(x + 1, y) + f(x + 2, y) + f(x * 2, y)
print(f(3, 10) * f(10, 12))
```