

Исполнитель Осень16 преобразует число на экране.

У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

- 1) **Прибавить 1;**
- 2) **Прибавить 2;**
- 3) **Прибавить 4.**

Первая команда увеличивает число на экране на 1, вторая увеличивает его на 2, третья — увеличивает на 4.

Программа для исполнителя Осень16 — это последовательность команд.

Сколько существует программ, для которых при исходном числе 1 результатом является число 15 и при этом траектория вычислений содержит число 8?

Траектория вычислений программы — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 121 при исходном числе 7 траектория будет состоять из чисел 8, 10, 11.

Решение.

Используем метод динамического программирования: Заведём массив dp , где $dp[i]$ — количество способов получить число i через данные команды.

База динамики $dp[1] = 1$.

Переходы будут иметь вид:

$dp[i] = dp[i-1] + dp[i-2] + dp[i-4]$.

При этом, если $i-1$ или $i-2$ или $i-4$ меньше 8, а i больше 8, то тогда его не нужно учитывать (поскольку тогда мы обойдем число 8, а этого нельзя делать по условию).

Далее будут значения от 1 до 15 в нашем массиве dp : 1 1 2 3 6 10 18 31 31 62 93 186 310 558 961

Ответ: 961.

Приведём другое решение на языке Python.

```
def f(x, y):
    if x > y:
        return 0
    if x == y:
        return 1
    else:
        return f(x + 1, y) + f(x + 2, y) + f(x + 4, y)
print(f(1, 8) * f(8, 15))
```