

Исполнитель Вычислитель преобразует число на экране.

У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 2
2. Умножить на 2
3. Прибавить 3

Первая команда увеличивает число на экране на 2, вторая умножает его на 2, третья увеличивает его на 3.

Программа для исполнителя Вычислитель — это последовательность команд.

Сколько существует программ, которые преобразуют исходное число 2 в число 22 и при этом траектория вычислений содержит число 11?

Траектория вычислений программы — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 132 при исходном числе 7 траектория будет состоять из чисел 9, 12, 24.

### Решение.

Искомое количество программ равно произведению количества программ, получающих из числа 2 число 11, на количество программ, получающих из числа 11 число 22.

Пусть  $R(n)$  — количество программ, которые число 2 преобразуют в число  $n$ ,  $F(n)$  — количество программ, которые число 11 преобразуют в число  $n$ .

Верны следующие соотношения:

$$R(n) = R(n-2) + R(n/2)(\text{если } n \text{ — чётно}) + R(n-3).$$

$$R(2) = 1.$$

$$R(3) = R(3) = 0.$$

$$R(4) = R(2) + R(2) = 2.$$

$$R(5) = R(2) + R(3) = 1.$$

$$R(6) = R(3) + R(4) = 2.$$

$$R(7) = R(4) + R(5) = 3.$$

$$R(8) = R(6) + R(5) + R(4) = 5.$$

$$R(9) = R(6) + R(7) = 5.$$

$$R(10) = R(8) + R(5) + R(7) = 9.$$

$$R(11) = R(8) + R(9) = 10.$$

$$F(11) = 1.$$

$$F(12) = 0.$$

$$F(13) = F(11) = 1.$$

$$F(14) = F(11) + F(12) = 1.$$

$$F(15) = F(12) + F(13) = 1.$$

$$F(16) = F(14) + F(13) = 2.$$

$$F(17) = F(15) + F(14) = 2.$$

$$F(18) = F(16) + F(15) = 3.$$

$$F(19) = F(17) + F(16) = 4.$$

$$F(20) = F(18) + F(17) = 5.$$

$$F(21) = F(19) + F(18) = 7.$$

$$F(22) = F(20) + F(19) + F(11) = 10.$$

Таким образом, количество программ, удовлетворяющих условию задачи, равно  $10 \cdot 10 = 100$ .

Ответ: 100.

Приведём другое решение на языке Python.

```
def f(x, y):
    if x > y:
        return 0
    if x == y:
        return 1
    else:
        return f(x + 2, y) + f(x * 2, y) + f(x + 3, y)
print(f(2, 11) * f(11, 22))
```