

Исполнитель РазДва преобразует число на экране.

У исполнителя есть две команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Умножить на 2

Первая команда увеличивает число на экране на 1, вторая умножает его на 2.

Программа для исполнителя РазДва — это последовательность команд.

Сколько существует программ, для которых при исходном числе 3 результатом является число 37 и при этом траектория вычислений содержит число 18?

Траектория вычислений — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 122 при исходном числе 4 траектория будет состоять из чисел 5, 10, 20.

Решение.

Искомое количество программ равно количеству программ, получающих из числа 3 число 37. Траектория вычислений должна содержать число 18.

Пусть $R(n)$ — количество программ, которые число 3 преобразуют в число n .

Верно следующее соотношение:

$R(n) = R(n-1) + R(n/2)$ (если n — чётно).

$R(n) = R(n-1)$ (если n — нечётно).

$$R(3) = 1$$

$$R(4) = 1$$

$$R(5) = 1$$

$$R(6) = 2$$

$$R(7) = 2$$

$$R(8) = 3$$

$$R(9) = 3$$

$$R(10) = 4$$

$$R(11) = 4$$

$$R(12) = 6$$

$$R(13) = 6$$

$$R(14) = 8$$

$$R(15) = 8$$

$$R(16) = 11$$

$$R(17) = 11$$

$$R(18) = 14$$

Заметим, что $R(37) = R(36)$, а $R(36) = R(35) + R(18)$. Число 35 можно получить из числа 18 единственным способом: последовательным прибавлением единиц, то есть $R(35) = R(18) = 14$.

Таким образом, количество программ, удовлетворяющих условию задачи, равно $R(37) = R(36) = 14 + 14 = 28$.

Ответ: 28.

Приведём другое решение на языке Python.

```
def f(x, y):
    if x > y:
        return 0
    if x == y:
        return 1
    else:
        return f(x + 1, y) + f(x * 2, y)
print(f(3, 18) * f(18, 37))
```