

Исполнитель преобразует число на экране.

У исполнителя есть две команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Умножить на 2

Первая команда увеличивает число на экране на 1, вторая умножает его на 2. Программа для исполнителя – это последовательность команд.

Сколько существует программ, для которых при исходном числе 2 результатом является число 29 и при этом траектория вычислений содержит число 14?

Траектория вычислений программы — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 121 при исходном числе 7 траектория будет состоять из чисел 8, 16, 17.

Решение.

Пусть $R(n)$ — количество программ, которые число 3 преобразуют в число n .

Верно следующее соотношение:

$R(n) = R(n-1) + R(n/2)$ (если n — чётно).

$R(n) = R(n-1)$ (если n — нечётно).

$$R(2) = 1$$

$$R(3) = 1$$

$$R(4) = 2$$

$$R(5) = 2$$

$$R(6) = 3$$

$$R(7) = 3$$

$$R(8) = 5$$

$$R(9) = 5$$

$$R(10) = 7$$

$$R(11) = 7$$

$$R(12) = 10$$

$$R(13) = 10$$

$$R(14) = 13$$

Заметим, что $R(29) = R(28)$, а $R(28) = R(27) + R(14)$. Число 27 можно получить из числа 14 единственным способом: последовательным прибавлением единиц, то есть $R(27) = R(14) = 13$.

Таким образом, количество программ, удовлетворяющих условию задачи, равно $R(29) = R(28) = 13 + 13 = 26$.

Ответ: 26.

Приведём другое решение на языке Python.

```
def f(x, y):
    if x > y:
        return 0
    if x == y:
        return 1
    else:
        return f(x + 1, y) + f(x * 2, y)
print(f(2, 14) * f(14, 29))
```