

Исполнитель Вычислитель преобразует число на экране.

У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Умножить на 3
3. Прибавить 2

Первая команда увеличивает число на экране на 1, вторая умножает его на 3, третья увеличивает его на 2.

Программа для исполнителя Вычислитель — это последовательность команд.

Сколько существует программ, которые преобразуют исходное число 1 в число 15 и при этом траектория вычислений содержит числа 10 и 12?

Траектория вычислений программы — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 132 при исходном числе 7 траектория будет состоять из чисел 8, 10, 30.

### Решение.

Искомое количество программ равно произведению количества программ, получающих из числа 1 число 15, при этом траектория вычислений должна содержать числа 10 и 12.

Пусть  $R(n)$  — количество программ, которые число 1 преобразуют в число  $n$ .

Верны следующие соотношения:

$$R(n) = R(n-1) + R(n/3) \text{ (если } n \text{ — кратно 3)} + R(n-2).$$

$$R(1) = 1.$$

$$R(2) = R(1) = 1.$$

$$R(3) = R(2) + R(1) + R(1) = 3.$$

$$R(4) = R(3) + R(2) = 4.$$

$$R(5) = R(4) + R(3) = 7.$$

$$R(6) = R(5) + R(2) + R(4) = 12.$$

$$R(7) = R(6) + R(5) = 19.$$

$$R(8) = R(7) + R(6) = 31.$$

$$R(9) = R(8) + R(3) + R(7) = 53.$$

$$R(10) = R(9) + R(8) = 84.$$

$$R(11) = R(10) = 84.$$

$$R(12) = R(11) + R(10) = 168.$$

$$R(13) = R(12) = 168.$$

$$R(14) = R(13) + R(12) = 336.$$

$$R(15) = R(14) + R(13) = 504.$$

Таким образом, количество программ, удовлетворяющих условию задачи, равно 504.

Ответ: 504.

### Приведем другое решение.

Количество программ, преобразующих число 1 в число 15 так, чтобы траектория вычислений содержала числа 10 и 12, равно произведению количества программ, преобразующих число 1 в число 10, количества программ, преобразующих число 10 в число 12 и количества программ, преобразующих число 12 в число 15.

Как показано в основном решении, количество программ, преобразующих число 1 в число 10, равно 84.

Из числа 10 можно получить число 12 с помощью двух программ: 11 и 2.

Из числа 12 можно получить число 15 с помощью трех программ: 111, 12 и 21.

Таким образом, общее количество программ равно  $84 \cdot 2 \cdot 3 = 504$ .

### Приведём другое решение на языке Python.

```
def f(x, y):
    if x > y:
        return 0
    if x == y:
        return 1
    else:
        return f(x + 1, y) + f(x * 3, y) + f(x + 2, y)
print(f(1, 10) * f(10, 12) * f(12, 15))
```