

Исполнитель Вычислитель преобразует число на экране.

У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Умножить на 3
3. Прибавить 2

Первая команда увеличивает число на экране на 1, вторая умножает его на 3, третья увеличивает его на 2.

Программа для исполнителя Вычислитель — это последовательность команд.

Сколько существует программ, которые преобразуют исходное число 2 в число 12 и при этом траектория вычислений содержит числа 9 и 11?

Траектория вычислений программы — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 132 при исходном числе 7 траектория будет состоять из чисел 8, 10, 30.

### Решение.

Искомое количество программ равно количеству программ, получающих из числа 2 число 12, при этом траектория вычислений должна содержать числа 9 и 11.

Пусть  $R(n)$  — количество программ, которые число 2 преобразуют в число  $n$ .

Верны следующие соотношения:

$$R(n) = R(n-1) + R(n/3) \text{ (если } n \text{ — кратно 3)} + R(n-2).$$

$$R(2) = 1.$$

$$R(3) = R(2) = 1.$$

$$R(4) = R(2) + R(3) = 2.$$

$$R(5) = R(4) + R(3) = 3.$$

$$R(6) = R(5) + R(2) + R(4) = 6.$$

$$R(7) = R(6) + R(5) = 9.$$

$$R(8) = R(7) + R(6) = 15.$$

$$R(9) = R(8) + R(3) + R(7) = 25.$$

$$R(10) = R(9) = 25.$$

$$R(11) = R(10) + R(9) = 50.$$

$$R(12) = R(11) = 50.$$

Таким образом, количество программ, удовлетворяющих условию задачи, равно 50.

Ответ: 50.

### Приведем другое решение.

Искомое количество программ равно произведению количества программ, получающих из числа 2 число 9, количества программ, получающих из числа 9 число 11 и количества программ, получающих из числа 11 число 12.

Количество программ, получающих из числа 2 число 9, равно 25, как показано в основном решении.

Получить число 11 из числа 9 можно двумя программами: 11 или 2.

Получить число 12 из числа 11 можно единственной программой 1.

Таким образом, количество программ, удовлетворяющих условию задачи, равно  $25 \cdot 2 \cdot 1 = 50$ .

### Приведём другое решение на языке Python.

```
def f(x, y):
    if x > y:
        return 0
    if x == y:
        return 1
    else:
        return f(x + 1, y) + f(x * 3, y) + f(x + 2, y)
print(f(2, 9) * f(9, 10) * f(10, 12))
```