

Исполнитель Вычислитель преобразует число на экране.

У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Прибавить 3
3. Умножить на 3

Первая команда увеличивает число на экране на 1, вторая увеличивает его на 3, третья умножает его на 3.

Программа для исполнителя Вычислитель — это последовательность команд.

Сколько существует программ, которые преобразуют исходное число 4 в число 23 и при этом траектория вычислений содержит числа 10 и 17?

Траектория вычислений программы — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 132 при исходном числе 7 траектория будет состоять из чисел 8, 24, 27.

Решение.

Искомое количество программ равно произведению количества программ, получающих из числа 4 число 23, при этом траектория вычислений должна содержать числа 10 и 17.

Пусть $R(n)$ — количество программ, которые число 2 преобразуют в число n .

Верны следующие соотношения:

$$R(n) = R(n-1) + R(n-3) + R(n/3) \text{ (если } n \text{ — кратно 3)}.$$

$$R(4) = 1.$$

$$R(5) = 1.$$

$$R(6) = 1.$$

$$R(7) = R(6) + R(4) = 2.$$

$$R(8) = R(7) + R(5) = 3.$$

$$R(9) = R(8) + R(6) = 4.$$

$$R(10) = R(9) + R(7) = 6.$$

$$R(11) = R(10) = 6.$$

$$R(12) = R(11) = 6.$$

$$R(13) = R(12) + R(10) = 12.$$

$$R(14) = R(13) + R(11) = 18.$$

$$R(15) = R(14) + R(12) = 24.$$

$$R(16) = R(15) + R(13) = 36.$$

$$R(17) = R(16) + R(14) = 54.$$

$$R(18) = R(17) = 54.$$

$$R(19) = R(18) = 54.$$

$$R(20) = R(19) + R(17) = 108.$$

$$R(21) = R(20) + R(18) = 162.$$

$$R(22) = R(21) + R(19) = 216.$$

$$R(23) = R(22) + R(20) = 324.$$

Таким образом, количество программ, удовлетворяющих условию задачи, равно 324.

Ответ: 324.

Приведем другое решение.

Количество программ, преобразующих число 4 в число 23 таким образом, чтобы траектория вычислений содержала числа 10 и 17, равно произведению количества программ, преобразующих число 4 в число 10, количества программ, преобразующих число 10 в число 17 и количества программ, преобразующих число 17 в число 23.

Найдем количество программ, преобразующих число 4 в число 10:

$$R(4) = 1.$$

$$R(5) = 1.$$

$$R(6) = 1.$$

$$R(7) = R(6) + R(4) = 2.$$

$$R(8) = R(7) + R(5) = 3.$$

$$R(9) = R(8) + R(6) = 4.$$

$$R(10) = R(9) + R(7) = 6.$$

Найдем количество программ, преобразующих число 10 в число 17:

$$R(10) = 1.$$

$$R(11) = R(10) = 1.$$

$$R(12) = R(11) = 1.$$

$$R(13) = R(12) + R(10) = 2.$$

$$R(14) = R(13) + R(11) = 3.$$

$$R(15) = R(14) + R(12) = 4.$$

$$R(16) = R(15) + R(13) = 6.$$

$$R(17) = R(16) + R(14) = 9.$$

Найдем количество программ, преобразующих число 17 в число 23:

$$R(17) = 1.$$

$$R(18) = R(17) = 1.$$

$$R(19) = R(18) = 1.$$

$$R(20) = R(19) + R(17) = 2.$$

$$R(21) = R(20) + R(18) = 3.$$

$$R(22) = R(21) + R(19) = 4.$$

$$R(23) = R(22) + R(20) = 6.$$

Тогда количество программ, преобразующих число 4 в число 23 таким образом, чтобы траектория вычислений содержала числа 10 и 17, равно $6 \cdot 9 \cdot 6 = 324$.

Приведём другое решение на языке Python.

```
def f(x, y):
    if x > y:
        return 0
    if x == y:
        return 1
    else:
        return f(x + 1, y) + f(x + 3, y) + f(x * 3, y)
print(f(4, 10) * f(10, 17) * f(17, 23))
```