

Исполнитель преобразует число на экране. У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Умножить на 3
3. Прибавить 2

Сколько существует программ, для которых при исходном числе 3 результатом является число 14, и при этом траектория вычислений содержит число 9?

Траектория вычислений программы — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 132 при исходном числе 7 траектория будет состоять из чисел 8, 10, 30.

Решение.

Искомое количество программ равно произведению количества программ, получающих из числа 3 число 14, при этом траектория вычислений должна содержать число 9.

Пусть $R(n)$ — количество программ, которые число 3 преобразуют в число n .

Верны следующие соотношения:

$$R(n) = R(n-1) + R(n/3) \text{ (если } n \text{ — кратно 3)} + R(n-2).$$

$$R(3) = 1.$$

$$R(4) = R(3) = 1.$$

$$R(5) = R(4) + R(3) = 2.$$

$$R(6) = R(5) + R(4) = 3.$$

$$R(7) = R(6) + R(5) = 5.$$

$$R(8) = R(7) + R(6) = 8.$$

$$R(9) = R(8) + R(3) + R(7) = 14.$$

$$R(10) = R(9) = 14.$$

$$R(11) = R(10) + R(9) = 28.$$

$$R(12) = R(10) + R(11) = 42.$$

$$R(13) = R(12) + R(11) = 70.$$

$$R(14) = R(13) + R(12) = 112.$$

Ответ: 112.

Приведём другое решение на языке Python.

```
def f(x, y):
    if x > y:
        return 0
    if x == y:
        return 1
    else:
        return f(x + 1, y) + f(x * 3, y) + f(x + 2, y)
print(f(3, 9) * f(9, 14))
```