

Исполнитель РазДва преобразует число на экране. У исполнителя есть две команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1

2. Умножить на 2

Первая команда увеличивает число на экране на 1, вторая умножает его на 2. Программа для исполнителя РазДва — это последовательность команд.

Сколько существует программ, которые преобразуют **исходное число 3 в число 60**, и при этом траектория вычислений **содержит числа 13 и 30**?

Траектория вычислений — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 212 при исходном числе 4 траектория будет состоять из чисел 8, 9, 18.

Решение.

Искомое количество программ равно произведению количества программ, получающих из числа 3 число 60, при этом траектория вычислений должна содержать числа 13 и 30.

Пусть $R(n)$ — количество программ, которые число 2 преобразуют в число n .

Верны следующие соотношения:

$$R(n) = R(n-1) + R(n/2) \text{ (если } n \text{ — кратно 2).}$$

$$R(3) = 1.$$

$$R(4) = 1.$$

$$R(5) = 1.$$

$$R(6) = 2.$$

$$R(7) = 2.$$

$$R(8) = 3.$$

$$R(9) = 3.$$

$$R(10) = 4.$$

$$R(11) = 4.$$

$$R(12) = 6.$$

$$R(13) = 6.$$

...

$$R(26) = 12.$$

$$R(27) = 12.$$

$$R(28) = 18.$$

$$R(29) = 18.$$

$$R(30) = 24.$$

Из числа 30 число 60 можно получить двумя способами: умножением числа 30 на 2 и последовательностью команд 11..11.

Таким образом, количество программ, удовлетворяющих условию задачи, равно $24 \cdot 2 = 48$.

Ответ: 48.

Приведём другое решение на языке Python.

```
def f(x, y):
    if x > y:
        return 0
    if x == y:
        return 1
    else:
        return f(x + 1, y) + f(x * 2, y)
print(f(3, 13) * f(13, 30) * f(30, 60))
```