

Логическая функция  $F$  задаётся выражением  $(x \rightarrow y) \wedge (y \equiv \neg z) \wedge (z \vee w)$ . На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции  $F$ , содержащий неповторяющиеся строки. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции  $F$  соответствует каждая из переменных  $x, y, z, w$ .

?	?	?	?	F
1	1		1	1
	1	1		1
1				1

В ответе напишите буквы  $x, y, z, w$  в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы. Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

#### Решение.

Заметим, что чтобы выражение было истинным, достаточно, если выражения во всех скобках будут истинными. Рассмотрим первую строку таблицы истинности. Для того чтобы первая скобка была истинной, переменная  $y$  должна быть равна единице. Тогда скобка  $(y \equiv \neg z)$  будет принимать значение 1 только при  $z = 0$ . Значит, переменной  $z$  соответствует третий столбец таблицы истинности.

Рассмотрим вторую строку таблицы истинности. Переменная  $z = 1$ , тогда скобка  $(y \equiv \neg z)$  будет принимать значение истинности только при  $y = 0$ . Чтоб скобка  $(x \rightarrow y)$  принимала значение 1,  $x$  не должна равняться 1. Значит, переменной  $w$  соответствует второй столбец таблицы.

Рассмотрим третью строку таблицы истинности. Предположим, что первому столбцу таблицы истинности соответствует переменная  $x$ , тогда выражение может быть истинным только при  $x = 1, y = 1, z = 0, w = 1$ , но такой набор соответствует первой строке таблицы, а строки не должны повторяться. При любых других значениях, стоящих в остальных столбцах, значение выражения будет ложным. Следовательно, первому столбцу соответствует переменная  $y$ , а четвёртому — переменная  $x$ .

#### Приведём другое решение.

Составим таблицу истинности для выражения  $(x \rightarrow y) \wedge (y \equiv \neg z) \wedge (z \vee w)$  вручную или при помощи языка Python:

```
print("x y z w")
for x in range(0, 2):
    for y in range(0, 2):
        for z in range(0, 2):
            for w in range(0, 2):
                if (not(x or y) and (y == (not(z))) and (z or w):
                    print(x, y, z, w)
```

Далее выпишем те наборы переменных, при которых данное выражение равно 1. В наборах переменные запишем в порядке  $x, y, z, w$ . Получим следующие наборы:

(0, 0, 1, 0),  
(0, 0, 1, 1),  
(0, 1, 0, 1),  
(1, 1, 0, 1).

Сопоставим эти наборы с приведенным в задании фрагментом таблицы истинности.

Первая строка таблицы истинности (как минимум три единицы) может соответствовать только набору (1, 1, 0, 1), следовательно, третий столбец соответствует переменной  $z$ .

Рассмотрим вторую строку таблицы истинности. В ней переменная  $z$  равна 1, и есть еще одна переменная, равная 1, следовательно, вторая строка может соответствовать только набору (0, 0, 1, 1), тогда второй столбец соответствует переменной  $w$ .

Заметим, что переменная, стоящая в первом столбце таблицы, принимает значение 1 как минимум в двух наборах значений, следовательно, первый столбец не может соответствовать переменной  $x$ , принимающей единичное значение только в одном наборе.

Тогда первый столбец — это  $y$ , а четвертый столбец — это  $x$ .

Ответ: ywzx.