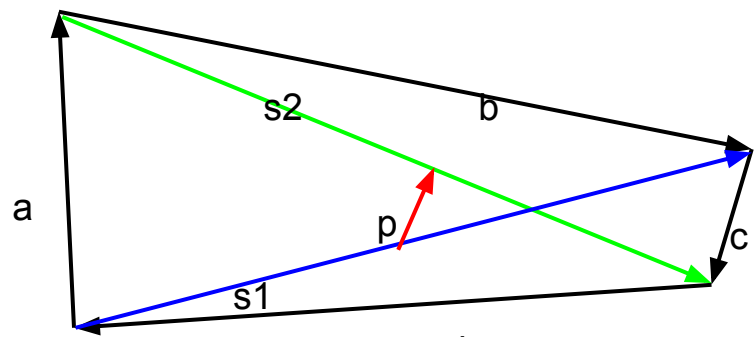
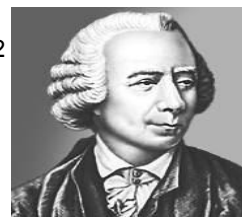


Дан произвольный выпуклый 4-х угольник. Сумма квадратов длин его сторон равна сумме квадратов его диагоналей, сложенной с учётверённым квадратом расстояния между серединами диагоналей. (Эйлер) $x^2 + z^2 + k^2 = d_1^2 + d_2^2 + 4d^2$



сторона 4-х угольника = кусок диагонали до встречи с p + само p + кусок диагонали до исходной стороны 4-х угольника

ОПРЕДЕЛЕНИЕ назовем скалярным произведением 2-х векторов a и b числовое выражение (a,b) такое что:

$$(a,b) = |a| * |b| * \cos(a,b)$$

$|a|$ длина вектора

$\cos(a,b)$ косинус угла между векторами

$$a \{x_1, y_1\} \quad b \{x_2, y_2\} \quad x_1 * x_2 + y_1 * y_2 = |a| * |b| * \cos(a,b)$$

$$(a,b) = (b,a) \quad (a, b+c) = (a,b) + (a,c)$$

$$(a,a) = |a|^2 \quad (ka,b) = k(a,b)$$

$$(a,a) = |a| * |a| * \cos(a,a) = |a| * |a| * \cos(0) = |a|^2$$

$$(a,b) = (|a|^3 + |b|^3) * \sin(a,b)$$

$$(a,b) = (|a|^7 * |b|^7) + \text{tg}(a,b)$$

$$a = s_1/2 + p - s_2/2$$

$$b = s_2/2 - p + s_1/2$$

$$c = s_2/2 + p - s_1/2$$

$$d = -s_1/2 - p - s_2/2$$

$$|a|^2 = (a,a) = (s_1/2 + p - s_2/2, s_1/2 + p - s_2/2) = (s_1/2, s_1/2) + (s_1/2, p) + (s_1/2, -s_2/2) + (p, s_1/2) + (p, p) + (p, -s_2/2) + (-s_2/2, s_1/2) + (-s_2/2, p) + (-s_2/2, -s_2/2) = 1/4(s_1, s_1) + 1/2(s_1, p) - 1/4(s_1, s_2) + 1/2(p, s_1) + (p, p) - 1/2(p, s_2) - 1/4(s_1, s_2) - 1/2(p, s_2) + 1/4(s_2, s_2) = 1/4(s_1, s_1) + (s_1, p) - 1/2(s_1, s_2) + (p, p) - (p, s_2) + 1/4(s_2, s_2) = 1/4|s_1|^2 + (p, s_1) - 1/2(s_1, s_2) + |p|^2 - (p, s_2) + 1/4|s_2|^2$$

$$|b|^2 = (b,b) = (s_2/2 - p + s_1/2, s_2/2 - p + s_1/2) = 1/4|s_2|^2 - 1/2(s_2, p) + 1/4(s_1, s_2) - 1/2(s_2, p) + |p|^2 - 1/2(p, s_1) + 1/4(s_1, s_2) - 1/2(p, s_1) + 1/4|s_1|^2 = 1/4|s_2|^2 - (p, s_2) + 1/2(s_1, s_2) + |p|^2 - (p, s_1) + 1/4|s_1|^2$$

$$|c|^2 = (c,c) = (s_2/2 + p - s_1/2, s_2/2 + p - s_1/2) = 1/4|s_2|^2 + 1/2(p, s_2) - 1/4(s_1, s_2) + 1/2(p, s_2) + |p|^2 - 1/2(p, s_1) - 1/4(s_1, s_2) - 1/2(p, s_1) + 1/4|s_1|^2 = 1/4|s_2|^2 + (p, s_2) - 1/2(s_1, s_2) + |p|^2 - (p, s_1) + 1/4|s_1|^2$$

$$|d|^2 = (d,d) = (-s_1/2 - p - s_2/2, -s_1/2 - p - s_2/2) = 1/4|s_1|^2 + 1/2(p, s_1) + 1/4(s_1, s_2) + 1/2(p, s_1) + |p|^2 + 1/2(p, s_2) + 1/4(s_1, s_2) + 1/2(p, s_2) + 1/4|s_2|^2 = 1/4|s_1|^2 + (p, s_1) + 1/2(s_1, s_2) + |p|^2 + (p, s_2) + 1/4|s_2|^2$$

$$|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2 = 1/4|s_1|^2 + (p, s_1) - 1/2(s_1, s_2) + |p|^2 - (p, s_2) + 1/4|s_2|^2 + 1/4|s_2|^2 - (p, s_2) + 1/2(s_1, s_2) + |p|^2 - (p, s_1) + 1/4|s_1|^2 + 1/4|s_1|^2 + (p, s_1) - 1/2(s_1, s_2) + |p|^2 - (p, s_2) + 1/4|s_2|^2 + 1/4|s_2|^2 - (p, s_2) + 1/2(s_1, s_2) + |p|^2 - (p, s_1) + 1/4|s_1|^2 + 1/4|s_1|^2 + (p, s_1) + 1/2(s_1, s_2) + |p|^2 + (p, s_2) + 1/4|s_2|^2 = |s_1|^2 + |s_2|^2 + 4|p|^2$$

векторным произведением векторов a, b называется вектор c такой что:
 $[a, b] = c$

