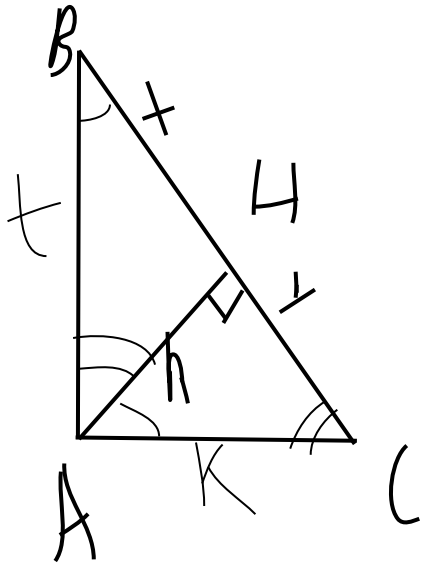


Дан прямоугольный треугольник, из прямого угла на гипотенузу опущена высота. Известны отрезки, на которые высота делит гипотенузу x, y . Найти высоту.



2 СПОСОБ (на подобии)

$\triangle ACH \sim \triangle ABC$

$AC/(x+y) = h/AB = y/AC$

$\triangle ABH \sim \triangle ABC$

$AB/(x+y) = x/AB = h/AC$

$\triangle ACH \sim \triangle ABH$

$y/h = h/x = AC/AB$

$y/h = h/x$

$h^2 = yx$

$h = \sqrt{yx} = \sqrt{xy}$

1 СПОСОБ

$AB = t$

$AC = k$

$h^2 = k^2 - y^2$

$h^2 = t^2 - x^2$

$(x+y)^2 = k^2 + t^2$

$k^2 - y^2 = t^2 - x^2$

$t^2 - k^2 = x^2 - y^2$

Пусть $z = t^2$, тогда $k^2 = (z - x^2 + y^2)$

$z + z - x^2 + y^2 = (x+y)^2$

$2z + y^2 - x^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$2z = 2x^2 + 2xy$

$z = x^2 + xy$

$t^2 = x^2 + xy \Rightarrow t = \sqrt{x^2 + xy}$

$k^2 = x^2 + xy - x^2 + y^2 = y^2 + xy \Rightarrow k = \sqrt{y^2 + xy}$

$h^2 = k^2 - y^2 = y^2 + xy - y^2 = xy$

$h = \sqrt{xy}$

Докажем теорему Пифагора:

$k/(x+y) = h/t = y/k$

$t/(x+y) = x/t = h/k$

$y/h = h/x = k/t$

$k/(x+y) = y/k$

$k^2 = y(x+y)$

$t/(x+y) = x/t$

$t^2 = x(x+y)$

$k^2 + t^2 = y(x+y) + x(x+y) = (x+y)^2$