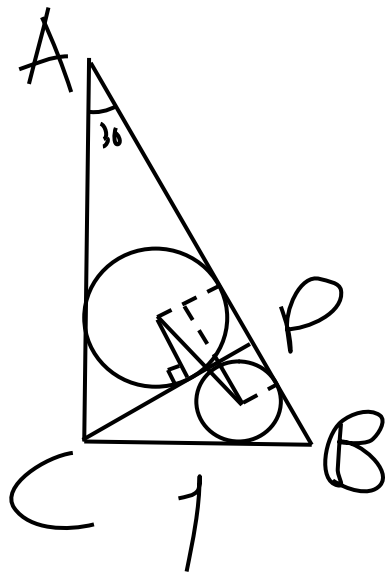


В прямоугольный треугольник ABC с острым углом 30 градусов проведена высота CD из вершины прямого угла C. Найти расстояние между центрами окружностей, вписанных в трACD и трBCD, если меньший катет ABC равен 1.



$$(3-\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3}-1)^2 = 9 - 6\sqrt{3} + 3 + 3 + 1 - 2\sqrt{3} = 16 - 8\sqrt{3} = 4(4 - 2\sqrt{3})$$

$$AB = 2$$

$$CA = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}$$

$$S_{ABC} = 1 \cdot \sqrt{3} / 2 = \sqrt{3} / 2$$

$$S_{ABC} = CD \cdot AB / 2 = CD$$

$$CD = \sqrt{3} / 2$$

$$AD = x$$

$$CD^2 = x(2-x)$$

$$\frac{3}{4} = 2x - x^2$$

$$4x^2 - 8x + 3 = 0$$

$$D/4 = 16 - 12 = 2^2$$

$$x = (4-2)/4 = 1/2$$

$$x = (4+2)/4 = 3/2$$

$$r_1 = S_{ADC} / p = ((3/2 \cdot \sqrt{3}/2) / 2) / ((\sqrt{3}/2 + 3/2 + \sqrt{3}) / 2) =$$

$$= 3 \cdot \sqrt{3} / 2 / (3 + 3\sqrt{3}) = \sqrt{3} / (2(1 + \sqrt{3})) =$$

$$= \sqrt{3}(\sqrt{3}-1) / (2(1+\sqrt{3})(\sqrt{3}-1)) = (3-\sqrt{3}) / (2(3-1)) =$$

$$= (3-\sqrt{3}) / 4$$

$$r_2 = S_{CDB} / p = (\sqrt{3}/4) / (\sqrt{3}/2 + 1/2 + 2/2) =$$

$$= (\sqrt{3}/2) / (\sqrt{3}+3) = \sqrt{3}(\sqrt{3}-3) / (2(\sqrt{3}+3)(\sqrt{3}-3)) =$$

$$= (3-3\sqrt{3}) / (2(3-9)) = (3\sqrt{3}-3) / (2(9-3)) = (\sqrt{3}-1) / 4$$

$$l = \sqrt{((3-\sqrt{3})/4 + (\sqrt{3}-1)/4)^2 + ((3-\sqrt{3})/4 - (\sqrt{3}-1)/4)^2}$$

$$= \sqrt{((1/2)^2 + ((2-\sqrt{3})/2)^2)} = 1/2 \cdot \sqrt{1+4+3-4\sqrt{3}} =$$

$$= \sqrt{2-\sqrt{3}}$$