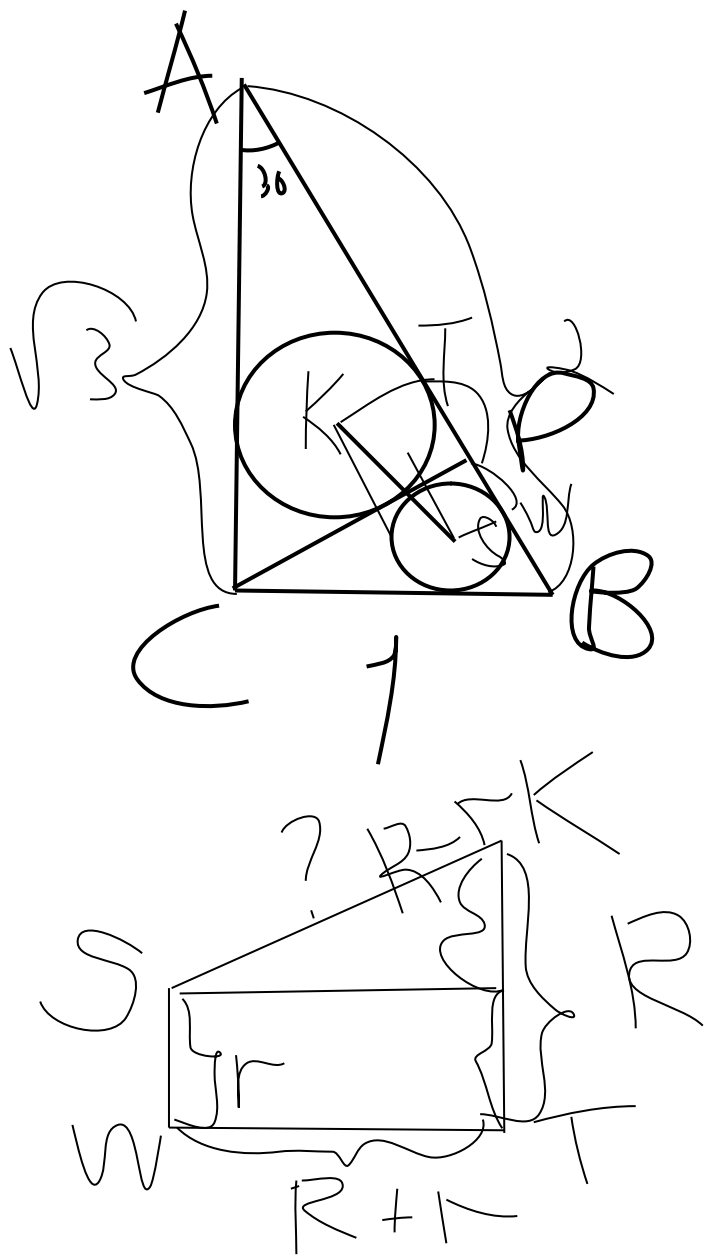


В прямоугольный треугольник ABC с острым углом 30 градусов проведена высота CD из вершины прямого угла C. Найти расстояние между центрами окружностей, вписанных в трACD и трBCD, если меньший катет ABC равен 1.



$$h = \sqrt{3}/2$$

$$AD^2 = 3 - 3/4 = 9/4 \Rightarrow AD = 3/2 \Rightarrow BD = 2 - 3/2 = 1/2$$

$$S(ADC) = (3/2 * \sqrt{3}/2) / 2 = 3\sqrt{3}/8$$

$$p(ADC) = (\sqrt{3} + \sqrt{3}/2 + 3/2) / 2 = \sqrt{3}/2 + \sqrt{3}/4 + 3/4 = 3(\sqrt{3})/4 + 3/4 = 3/4(\sqrt{3} + 1)$$

$$S/p = 4(3\sqrt{3}/8) / (3(\sqrt{3} + 1)) = 3\sqrt{3}/6(\sqrt{3} + 1) = \sqrt{3}/2(\sqrt{3} + 1) = \sqrt{3} * (\sqrt{3} - 1) / (2(3 - 1)) = (3 - \sqrt{3}) / 2 * 2 = (3 - \sqrt{3}) / 4 = R$$

$$S(BCD) = (\sqrt{3}/2 * 1/2) / 2 = \sqrt{3}/8$$

$$p = (1 + \sqrt{3}/2 + 1/2) / 2 = 3/4 + \sqrt{3}/4 = 1/4 * (3 + \sqrt{3})$$

$$S/p = 4(\sqrt{3}/8) / (3 + \sqrt{3}) = \sqrt{3}/2(3 + \sqrt{3}) = \sqrt{3} / (6 + 2\sqrt{3}) = \sqrt{3} * (6 - 2\sqrt{3}) / (36 - 12) = (6\sqrt{3} - 6) / 24 = (\sqrt{3} - 1) / 4 = r$$

$$x^2 = (3 - \sqrt{3})^2 / 8 + (\sqrt{3} - 1)^2 / 8$$

$$x^2 = ((3 - \sqrt{3})^2 + (\sqrt{3} - 1)^2) / 8$$

$$x^2 = ((9 - 6\sqrt{3} + 3) + (3 - 2\sqrt{3} + 1)) / 8$$

$$x^2 = (12 - 6\sqrt{3} + 4 - 2\sqrt{3}) / 8$$

$$x^2 = (16 - 8\sqrt{3}) / 8$$

$$x^2 = 2 - \sqrt{3}$$

$$x = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

$$x^2 = R^2 - 2Rr + r^2 + R^2 + 2Rr + r^2$$

$$x^2 = 2R^2 + 2r^2$$