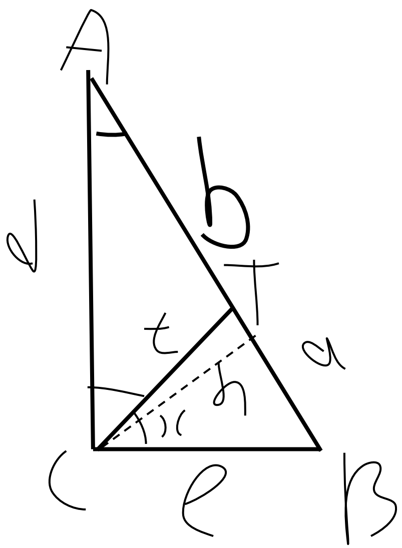
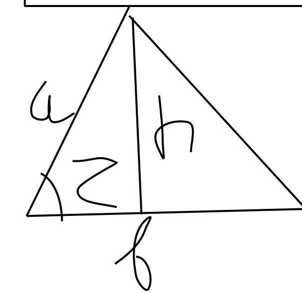
В прямоугольном треугольнике биссектриса прямого угла отсекает на гипотенузе отрезки длиной a,b . Найти площадь квадрата, стороной которого является биссектриса.

S=bh/2=b*a*sinz/2

sinz=h/a
h=a*sinz





d/b=e/a
S(ACT)=bh/2=t*e*sinx/2
S(BCT)=ah/2=t*d*sinx/2
S(ACT)/S(BCT)=b/a=e/d
b/a=d/e
d=be/a
(b+a)^2=d^2+e^2
(a+b)^2=(be)^2/a^2+e^2
(a+b)^2=b^2*e^2/a^2+e^2
(a+b)^2=e^2*(b^2/a^2+1)
(a+b)^2=e^2*((a^2+b^2)/a^2)
e^2=a^2*(a+b)^2/(a^2+b^2)
d^2=b^2*(a+b)^2/(a^2+b^2)

1 способ

a^2=e^2+t^2-2et/V2
a^2*(a+b)^2/(a^2+b^2)-a^2+t^2-2et/V2=0
t^2-2et/V2+a^2((a+b)^2/(a^2+b^2)-1)=0
t^2-etV2+a^2(((a+b)^2-a^2-b^2)/(a^2+b^2))=0
t^2-a*(a+b)*V(1/(a^2+b^2))tV2+a^2(2ab/(a^2+b^2))=0
D=a^2*(a+b)^2*1/(a^2+b^2)*2-4*a^2(2ab/a^2+b^2)=
=a^2/(a^2+b^2)*((a+b)^2*2-4*2ab)=a^2/(a^2+b^2)*(2(a-b)^2)

t1={a*(a+b)*V(2/(a^2+b^2)) +a(a-b)V[2/(a^2+b^2)]}/2=
=a^2V(2/(a^2+b^2))
t2={a*(a+b)*V(2/(a^2+b^2)) -a(a-b)V[2/(a^2+b^2)]}/2=
=abV(2/(a^2+b^2))

2 способ

a^2=e^2+t^2-2et/V2
a^2=e^2+t^2-V2et
t^2-etV2+(e^2-a^2)=0
D=2e^2-4*(e^2-a^2)=2e^2-4e^2+4a^2=
4a^2-2e^2=2*(2a^2-e^2)=
=2*(2a^2-a^2*(a+b)^2/(a^2+b^2))=2a^2*[2-(a+b)^2/(a^2+b^2)]=2a^2*[(2a^2+2b^2-a^2-2ab-b^2)/(a^2+b^2)]=
=2a^2*[(a-b)^2/(a^2+b^2)]

3 способ

в тр ABC
cosA=d/(a+b)

в тр ACT по т косинусов
t^2=d^2+b^2-2db*cosA
2db*cosA=d^2+b^2-t^2
cosA=(d^2-t^2+b^2)/2db
d/(a+b)=(d^2-t^2+b^2)/2db
2bd^2/(a+b)=d^2-t^2+b^2
t^2=d^2+b^2-2bd^2/(a+b)
t^2=b^2*(a+b)^2/(a^2+b^2)+b^2-2b*b^2*(a+b)/(a^2+b^2)
t^2=b^2*((a+b)^2/(a^2+b^2)+1-2b*(a+b)/(a^2+b)^2)
t^2=b^2(((a+b)^2-2b(a+b))/(a^2+b^2+1)
t^2=b^2((a+b)(a+b-2b)/(a^2+b^2)+1)
t^2=b^2((a+b)(a-b)/(a^2+b^2)+1)
t^2=b^2((a^2-b^2)/(a^2+b^2)+1)
t^2=b^2((a^2-b^2+a^2+b^2)/(a^2+b^2)
t^2=2a^2*b^2/(a^2+b^2)
t=ab*V[2/(a^2+b^2)]
Ответ: ab*V[2/(a^2+b^2)]