

Метод группировки с добавлением фиктивных (виртуальных) слагаемых для разложения на множители: надо прибавить и отнять одно и то же искусственно придуманное слагаемое, чтобы с ними возможно было проделать обычный метод группировки

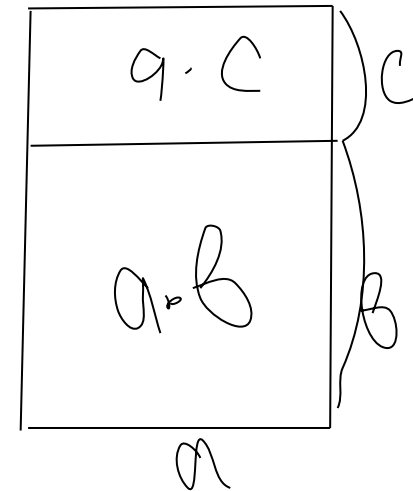
1)(!!!) $x^2 - y^2 = \dots$ (Разность квадратов)

2)(!!!) $x^3 - y^3 = \dots$ (Разность кубов)

3)(!!!) $x^3 + y^3 = \dots$ (Сумма кубов)

4)(*) $x^5 - y^5 = \dots$ (Разность пятых степеней)

определение степень одночлена
 $\deg(a^2 \cdot b^3 \cdot c) = 6$



$$x^2 - y^2 = x^2 - y^2 + xy - xy = x(x+y) - y(x+y) = (x+y)(x-y)$$

$$x^3 - y^3 = x^3 - y^3 + x^2y - x^2y + y^2x - y^2x = x(x^2 + xy + y^2) - y(y^2 + yx + x^2) = (x^2 + xy + y^2)(x - y)$$

$$(x+y)^2 = (x+y) \cdot (x+y) = x \cdot x + x \cdot y + y \cdot x + y \cdot y = x^2 + 2xy + y^2$$

$$x^2 + 2xy + y^2 = x^2 + xy + xy + y^2 = (x+y)^2$$

$$(x+y)^3 = (x+y)^2 \cdot (x+y) = (x^2 + 2xy + y^2) \cdot (x+y) = (x^2 + 2xy + y^2) \cdot x + (x^2 + 2xy + y^2) \cdot y = x^3 + x^2y + 2yx^2 + 2xy^2 + y^2x + y^3 = 3xy^2 + 3yx^2 + y^3 + x^3$$

$$2xy^2 + 1y^2x = y^2x(2+1) = 3xy^2$$

$$3xy^2 + 3yx^2 + y^3 + x^3 =$$

ДЗ
 раскрыть скобки (и привести подобные)

I) $(x-y)^3 = \dots$

II) $(x-y)(x+y) =$

III) $(x^2 + xy + y^2)(x-y) =$

разложить на множители номер 3)

3)(!!!) $x^3 + y^3 = \dots$

разложить на множители номер 4)

4)(*) $x^5 - y^5 = \dots$ (Разность пятых степеней)

- 1) $(x-y)^3 = (x-y)^2(x-y) = (x^2 - 2xy + y^2)(x-y) = (x^2 - 2xy + y^2)x - (x^2 - 2xy + y^2)y = x^3 - 2yx^2 + xy^2 - yx^2 + 2xy^2 - y^3 = xy^2(1+2) - yx^2(2+1) + x^3 - y^3 = 3xy^2 - 3yx^2 + x^3 - y^3$
- 2) $(x-y)(x+y) = (x-y)x + (x-y)y = x^2 - yx + xy - y^2 = xy(1-1) + x^2 - y^2 = x^2 - y^2$
- 3) $(x^2 + xy + y^2)(x-y) = (x-y)x^2 + (x-y)xy + (x-y)y^2 = x^3 - yx^2 + yx^2 - xy^2 + xy^2 - y^3 = xy^2(1-1) + yx^2(1-1) + x^3 - y^3 = x^3 - y^3$
- 4) $x^3 + y^3 = x^3 + y^3 + x^2y - x^2y + y^2x - y^2x = x^2(x+y) + y^2(y+x) - xy(x+y) = (x+y)(x^2 + y^2 - xy)$
- 5) $x^5 - y^5 = x^5 - y^5 + x^4y - x^4y + y^4x - y^4x = x^4(x+y) - y^4(x+y) - yx(x^3 - y^3) = (x+y)(x^4 - y^4) - yx(x^3 - y^3) = (x+y)(x^2 + y^2)(x+y)(x-y) - yx(x^2 + xy + y^2)(x-y) = (x-y)[(x^2 + y^2)(x+y)^2 - yx(x^2 + xy + y^2)] = (x-y)[(x^2 + y^2)(x^2 + 2xy + y^2) - (yx)x^2 - (xy)y^2 - (xy)y^2] = (x-y)[(x^2 + y^2)x^2 + (x^2 + y^2)2xy + (x^2 + y^2)y^2 - yx^3 - x^2y^2 - xy^3] = (x-y)[x^4 + y^2x^2 + 2yx^3 + 2xy^3 + x^2y^2 + y^4 - yx^3 - x^2y^2 - xy^3] = (x-y)[y^2x^2(1-1) + yx^3(2-1) + xy^3(2-1) + x^4 + x^2y^2 + y^4] = (x-y)[yx^3 + xy^3 + x^4 + x^2y^2 + y^4]$

$$x^4 - y^4 = x^4 - y^4 + x^2y^2 - x^2y^2 = x^2(x^2 + y^2) - y^2(y^2 + x^2) = (x^2 + y^2)(x^2 - y^2) = (x^2 + y^2)(x+y)(x-y)$$

