

Метод группировки с добавлением фиктивных (виртуальных) слагаемых для СУММ КВАДРАТОВ

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = a^2x^2 + a^2y^2 + b^2x^2 + b^2y^2 =$$

$$= (ax)^2 + (ay)^2 + (bx)^2 + (by)^2 = (ax)^2 + 2axby + (by)^2 + (ay)^2 - 2aybx + (bx)^2 = (ay - bx)^2 + (ax + by)^2$$

2) (*) Докажите, что произведение суммы 4-х квадратов на сумму 4-х квадратов есть снова сумма 4-х квадратов, т. е.

$$(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)(x^2 + y^2 + z^2 + p^2) = (?_1)^2 + (?_2)^2 + (?_3)^2 + (?_4)^2$$

Подсказка: квадраты конструировать с помощью формул

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd = (a + b + c + d)^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc = (a + b + c)^2$$

$$(a + b + c + d + e)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd + 2ae + 2ce + 2de + 2be$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 + (-b)^2 + c^2 + 2a(-b) + 2ac + 2(-b)c = (a - b + c)^2 = (a + (-b) + c)^2$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2ac - 2bc = (a - b + c)^2 = (a + (-b) + c)^2$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc = (a - b - c)^2$$

- 1. $(a + b + c + d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd$ 6+ 0-
- 2. $(a - b + c + d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - 2ab + 2ac + 2ad - 2bc - 2bd + 2cd$ 3+ 3-
- 3. $(a - b - c + d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - 2ab - 2ac + 2ad + 2bc - 2bd - 2cd$ 2+ 4-
- 4. $(a - b - c - d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - 2ab - 2ac - 2ad + 2bc + 2bd + 2cd$ 3+ 3-

д/з

$$(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)(x^2 + y^2 + z^2 + p^2) =$$

$$= a^2x^2 + a^2y^2 + a^2z^2 + a^2p^2 + b^2x^2 + b^2y^2 + b^2z^2 + b^2p^2 +$$

$$+ c^2x^2 + c^2y^2 + c^2z^2 + c^2p^2 + d^2x^2 + d^2y^2 + d^2z^2 + d^2p^2 =$$

$$= (ax)^2 + (ay)^2 + (az)^2 + (ap)^2 + (bx)^2 + (by)^2 + (bz)^2 + (bp)^2 +$$

$$+ (cx)^2 + (cy)^2 + (cz)^2 + (cp)^2 + (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2 + (dp)^2 =$$

$$= (ax)^2 + (by)^2 + (cz)^2 + (dp)^2 + 2axby - 2axcz + 2axdp + 2bycz - 2bydp - 2czdp \quad 3-$$

$$+ (ay)^2 + (bx)^2 + (cp)^2 + (dz)^2 - 2aybx - 2aycp - 2aydz + 2bxcp + 2bx dz + 2cpdz \quad 3-$$

$$+ (az)^2 + (bp)^2 + (cx)^2 + (dy)^2 - 2azbp + 2azcx + 2azdy - 2bpcx + 2bpd y - 2cxdy \quad 3-$$

$$+ (ap)^2 + (bz)^2 + (cy)^2 + (dx)^2 + 2apbz + 2apcy - 2apdx - 2bzcy - 2bzdx + 2cydx \quad 3-$$

$$= (ax)^2 + (by)^2 + (cz)^2 + (dp)^2 + 2axby + 2axcz + 2axdp + 2bycz + 2bydp + 2czdp \quad 6+ \quad 0-$$

$$+ (ay)^2 + (bx)^2 + (cp)^2 + (dz)^2 - 2aybx + 2aycp - 2aydz - 2bxcp + 2bx dz - 2cpdz \quad 4- \quad (-ay) + (bx) - (cp) + (dz)$$

$$+ (az)^2 + (bp)^2 + (cx)^2 + (dy)^2 - 2azbp - 2azcx + 2azdy + 2bpcx - 2bpd y - 2cxdy \quad 4- \quad (-az) + (bp) + (cx) - (dy)$$

$$+ (ap)^2 + (bz)^2 + (cy)^2 + (dx)^2 + 2apbz - 2apcy - 2apdx - 2bzcy - 2bzdx + 2cydx \quad 4- \quad (-ap) - (bz) + (cy) + (dx)$$

$$(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)(x^2 + y^2 + z^2 + p^2) =$$

$$= ((ax) + (by) + (cz) + (dp))^2 +$$

$$+ (-ay) + (bx) - (cp) + (dz))^2 +$$

$$+ (-az) + (bp) + (cx) - (dy))^2 +$$

$$+ (-ap) - (bz) + (cy) + (dx))^2$$