

Метод группировки с добавлением фиктивных (виртуальных) слагаемых для СУММ КВАДРАТОВ

1) Докажите, что произведение суммы 2-х квадратов на сумму 2-х квадратов есть снова сумма 2-х квадратов, т.е.

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (?_1)^2 + (?_2)^2$$

например, вот так:

$$(17^2 + 3^2)(8^2 + 11^2) = 103^2 + 211^2$$

Подсказка: квадраты конструировать с помощью формул

$$a^2 + 2 * a * b + b^2 = (a + b)^2$$

$$D^2 + d^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax+by)^2 + (ay-bx)^2$$

2) (*) Докажите, что произведение суммы 4-х квадратов на сумму 4-х квадратов есть снова сумма 4-х квадратов, т.е.

$$(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)(x^2 + y^2 + z^2 + p^2) = (?_1)^2 + (?_2)^2 + (?_3)^2 + (?_4)^2$$

Подсказка: квадраты конструировать с помощью формул

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd = (a + b + c + d)^2$$

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2$$

$$(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)(x^2 + y^2 + z^2 + p^2) = (ax)^2 + (ay)^2 + (az)^2 + (ap)^2 + (bx)^2 + (by)^2 + (bz)^2 + (bp)^2 + (cx)^2 + (cy)^2 + (cz)^2 + (cp)^2 + (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2 + (dp)^2 =$$

$$= (ax)^2 + (by)^2 + (cz)^2 + (dp)^2 + 2axby + 2axcz + 2axdp + 2bycz + 2bydp + 2czdp = (ax+by+cz+dp)^2 + (ay)^2 + (bx)^2 + (cp)^2 + (dz)^2 - 2aybx + 2aycp - 2aydz - 2bxcp + 2bxdz - 2cpdz = (-ay+bx-cp+dz)^2 + (az)^2 + (bp)^2 + (cx)^2 + (dy)^2 - 2azbp - 2azcx + 2azdy + 2bpcx - 2bpdy - 2cxdy = (-az+bp+cx-dy)^2 + (ap)^2 + (bz)^2 + (cy)^2 + (dx)^2 + 2apbz - 2apcy - 2apdx - 2bzcy - 2bzdx + 2cydx = (ap+bz-cy-dx)^2$$

$$(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)(x^2 + y^2 + z^2 + p^2) = (ax+by+cz+dp)^2 + (-ay+bx-cp+dz)^2 + (-az+bp+cx-dy)^2 + (ap+bz-cy-dx)^2$$

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax)^2 + (ay)^2 + (bx)^2 + (by)^2 = [(ax)^2 + (by)^2] + [(ay)^2 + (bx)^2] = [(ax)^2 + 2axby + (by)^2] + [(ay)^2 - 2axby + (bx)^2] = (ax+by)^2 + (ay-bx)^2$$

$$[1-]^2 = 3-$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2$$

$$+ 2ab + 2ac - 2ad + 2bc - 2bd - 2cd = (a+b+c-d)^2$$

$$[2-]^2 = 4-$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2$$

$$+ 2ab - 2ac - 2ad - 2bc - 2bd + 2cd = (a+b-c-d)^2$$

$$[3-]^2 = 3-$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2$$

$$- 2ab - 2ac - 2ad + 2bc + 2bd + 2cd = (a-b-c-d)^2$$

$$(-a-b-c-d)^2 = -(a+b+c+d)^2 = (a+b+c+d)^2$$