

$$D^2 + d^2 = 2(a^2 + b^2)$$

3)(\*\*)Докажите, что произведение суммы 8-и квадратов на сумму 8-и квадратов есть снова сумма 8-и квадратов, т.е.

$$(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 + u^2 + t^2 + s^2)(x^2 + y^2 + z^2 + p^2 + k^2 + j^2 + n^2 + m^2) = (?_1)^2 + (?_2)^2 + (?_3)^2 + (?_4)^2 + (?_5)^2 + (?_6)^2 + (?_7)^2 + (?_8)^2$$

Подсказка: квадраты конструировать с помощью формул

$$(a + b + c + d + e + f + g + h)^2 = \dots$$

Примечание 1:

Для 16-и квадратов неверно.

Примечание 2:

Формулы из задачи 10 можно доказать легче, чем с помощью группировки - с помощью гиперкомплексных чисел. Случай 2-х квадратов - комплексные числа, 4-х - кватернионы, 8-и - октавы.

Примечание 3:

Теорема о невозможности 16-и: теорема Фробениуса

$$\begin{aligned} & (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 + a_8^2) \cdot (b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 + b_4^2 + b_5^2 + b_6^2 + b_7^2 + b_8^2) = \\ & (a_1b_1 - a_2b_2 - a_3b_3 - a_4b_4 - a_5b_5 - a_6b_6 - a_7b_7 - a_8b_8)^2 + \\ & (a_2b_1 + a_1b_2 + a_4b_3 - a_3b_4 + a_6b_5 - a_5b_6 - a_8b_7 + a_7b_8)^2 + \\ & (a_3b_1 - a_4b_2 + a_1b_3 + a_2b_4 + a_7b_5 + a_8b_6 - a_5b_7 - a_6b_8)^2 + \\ & (a_4b_1 + a_3b_2 - a_2b_3 + a_1b_4 + a_8b_5 - a_7b_6 + a_6b_7 - a_5b_8)^2 + \\ & (a_5b_1 - a_6b_2 - a_7b_3 - a_8b_4 + a_1b_5 + a_2b_6 + a_3b_7 + a_4b_8)^2 + \\ & (a_6b_1 + a_5b_2 - a_8b_3 + a_7b_4 - a_2b_5 + a_1b_6 - a_4b_7 + a_3b_8)^2 + \\ & (a_7b_1 + a_8b_2 + a_5b_3 - a_6b_4 - a_3b_5 + a_4b_6 + a_1b_7 - a_2b_8)^2 + \\ & (a_8b_1 - a_7b_2 + a_6b_3 + a_5b_4 - a_4b_5 - a_3b_6 + a_2b_7 + a_1b_8)^2 \end{aligned}$$