

Метод группировки с добавлением фиктивных (виртуальных) слагаемых для СУММ КВАДРАТОВ

1) Докажите, что произведение суммы 2-х квадратов на сумму 2-х квадратов есть снова сумма 2-х квадратов, т.е.

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (?_1)^2 + (?_2)^2$$

например, вот так:

$$(17^2 + 3^2)(8^2 + 11^2) = 103^2 + 211^2$$

Подсказка: квадраты конструировать с помощью формул

$$a^2 + 2 * a * b + b^2 = (a + b)^2$$

2)(*) Докажите, что произведение суммы 4-х квадратов на сумму 4-х квадратов есть снова сумма 4-х квадратов, т.е.

$$(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)(x^2 + y^2 + z^2 + p^2) = (?_1)^2 + (?_2)^2 + (?_3)^2 + (?_4)^2$$

Подсказка: квадраты конструировать с помощью формул

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd = (a + b + c + d)^2$$

3)() Докажите, что произведение суммы 8-и квадратов на сумму 8-и квадратов есть снова сумма 8-и квадратов, т.е.**

$$(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 + u^2 + t^2 + s^2)(x^2 + y^2 + z^2 + p^2 + k^2 + j^2 + n^2 + m^2) = (?_1)^2 + (?_2)^2 + (?_3)^2 + (?_4)^2 + (?_5)^2 + (?_6)^2 + (?_7)^2 + (?_8)^2$$

Подсказка: квадраты конструировать с помощью формул

$$(a + b + c + d + e + f + g + h)^2 = \dots$$

Примечание 1:

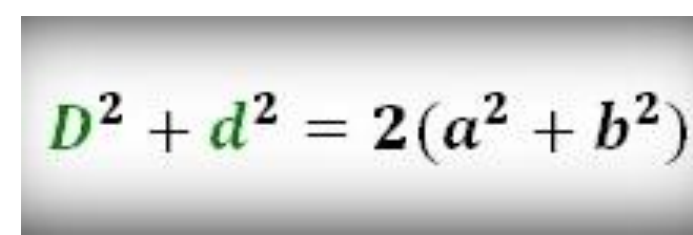
Для 16-и квадратов неверно.

Примечание 2:

Формулы из задачи 10 можно доказать легче, чем с помощью группировки - с помощью гиперкомплексных чисел. Случай 2-х квадратов - комплексные числа, 4-х - кватернионы, 8-и - октавы.

Примечание 3:

Теорема о невозможности 16-и: теорема Фробениуса



$$a=15$$

$$b=8$$

$$x=17$$

$$y=5$$

$$4^2 + 3^2 = 5^2$$

$$12^2 + 5^2 = 169 = 13^2$$

найди 3 числа, чтобы

$$a^3 + b^3 = c^3$$

ракеты создали немцы

Вернер Фон Браун

700 км

$$90746 = (15^2 + 8^2)(17^2 + 5^2) = u^2 + v^2 = 295^2 + 61^2$$

$$\begin{aligned} (a^2 + b^2)(x^2 + y^2) &= \\ &= (a^2 + b^2)x^2 + (a^2 + b^2)y^2 = \\ &= x^2a^2 + x^2b^2 + a^2y^2 + b^2y^2 = \\ &= (xa)^2 + (xb)^2 + (ay)^2 + (by)^2 = \\ &= (xa)^2 + (xb)^2 + (ay)^2 + (by)^2 + 2xaby - 2xaby = \\ &= (xa + by)^2 + (xb - ay)^2 \end{aligned}$$

$$u^2 + 2uv + v^2 = (u + v)^2$$

$$u^2 - 2uv + v^2 = (u - v)^2$$

$$2x^3y^5 + y^5x^3 = y^5x^3(2 + 1) = 3y^5x^3$$

$$2x^3y^5 + y^5x^3a = x^3y^5(2 + a)$$