

# Метод группировки с добавлением фиктивных (виртуальных) слагаемых для СУММ КВАДРАТОВ

1) Докажите, что произведение суммы 2-х квадратов на сумму 2-х квадратов есть снова сумма 2-х квадратов, т.е.

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (?_1)^2 + (?_2)^2$$

например, вот так:

$$(17^2 + 3^2)(8^2 + 11^2) = 103^2 + 211^2$$

Подсказка: квадраты конструировать с помощью формул

$$a^2 + 2 * a * b + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2 * a * b + b^2 = (a - b)^2$$

2)(\*) Докажите, что произведение суммы 4-х квадратов на сумму 4-х квадратов есть снова сумма 4-х квадратов, т.е.

$$(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)(x^2 + y^2 + z^2 + p^2) = (?_1)^2 + (?_2)^2 + (?_3)^2 + (?_4)^2$$

Подсказка: квадраты конструировать с помощью формул

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd = (a + b + c + d)^2$$

3)(\*\*) Докажите, что произведение суммы 8-и квадратов на сумму 8-и квадратов есть снова сумма 8-и квадратов, т.е.

$$(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 + u^2 + t^2 + s^2)(x^2 + y^2 + z^2 + p^2 + k^2 + j^2 + n^2 + m^2) = (?_1)^2 + (?_2)^2 + (?_3)^2 + (?_4)^2 + (?_5)^2 + (?_6)^2 + (?_7)^2 + (?_8)^2$$

Подсказка: квадраты конструировать с помощью формул

$$(a + b + c + d + e + f + g + h)^2 = \dots$$

Примечание 1:

Для 16-и квадратов неверно.

Примечание 2:

Формулы из задачи 10 можно доказать легче, чем с помощью группировки - с помощью гиперкомплексных чисел. Случай 2-х квадратов - комплексные числа, 4-х - кватернионы, 8-и - октавы.

Примечание 3:

Теорема о невозможности 16-и: теорема Фробениуса

$$j^2 = -1 \quad k^2 = -1 \\ j * k = -i$$

$$D^2 + d^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$\begin{aligned} (a^2 + b^2)(x^2 + y^2) &= \\ = a^2x^2 + a^2y^2 + b^2x^2 + b^2y^2 &= \\ = (ax)^2 + (ay)^2 + (bx)^2 + (by)^2 &= \\ = (ax)^2 + (by)^2 + (ay)^2 + (bx)^2 &= \\ = (ax)^2 + 2(ax)(by) - 2(ax)(by) + (by)^2 &+ \\ + (ay)^2 + 2(ay)(bx) - 2(ay)(bx) + (bx)^2 &= \\ = (ax+by)^2 + (ay-bx)^2 - 2axby + 2aybx &= \\ = (ax+by)^2 + (ay-bx)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a^2 + b^2)(x^2 + y^2) &= (ax+by)^2 + (ay-bx)^2 \\ a &= 8 \\ b &= 6 \\ x &= 5 \\ y &= 3 \\ (8^2 + 6^2)(5^2 + 3^2) &= \\ = 3400 &= q^2 + w^2 \end{aligned}$$

$$q = ax + by = 8 * 5 + 6 * 3 = 40 + 18 = 58$$

$$w = ay - bx = 8 * 3 - 6 * 5 = 24 - 30 = -6 \\ = 58^2 + (-6)^2 = 3400$$

у вас 16 маленьких квадратов, каждые 4 из которых при должной примеси из удвоенных произведений порождают один большой квадрат

метод группировки - топор и молоток

$$i^2 = -1 \\ a + b * i$$

комплексные числа - бетономешалки и бульдозеры