

Метод группировки с добавлением фиктивных (виртуальных) слагаемых для СУММ КВАДРАТОВ

1) Докажите, что произведение суммы 2-х квадратов на сумму 2-х квадратов есть снова сумма 2-х квадратов, т.е.

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (?_1)^2 + (?_2)^2$$

например, вот так:

$$(17^2 + 3^2)(8^2 + 11^2) = 103^2 + 211^2$$

Подсказка: квадраты конструировать с помощью формул

$$a^2 + 2 * a * b + b^2 = (a + b)^2$$

2)(*) Докажите, что произведение суммы 4-х квадратов на сумму 4-х квадратов есть снова сумма 4-х квадратов, т.е.

$$(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)(x^2 + y^2 + z^2 + p^2) = (?_1)^2 + (?_2)^2 + (?_3)^2 + (?_4)^2$$

Подсказка: квадраты конструировать с помощью формул

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd = (a + b + c + d)^2$$

3)(**) Докажите, что произведение суммы 8-и квадратов на сумму 8-и квадратов есть снова сумма 8-и квадратов, т.е.

$$(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 + u^2 + t^2 + s^2)(x^2 + y^2 + z^2 + p^2 + k^2 + j^2 + n^2 + m^2) = (?_1)^2 + (?_2)^2 + (?_3)^2 + (?_4)^2 + (?_5)^2 + (?_6)^2 + (?_7)^2 + (?_8)^2$$

Подсказка: квадраты конструировать с помощью формул

$$(a + b + c + d + e + f + g + h)^2 = \dots$$

Примечание 1:

Для 16-и квадратов неверно.

Примечание 2:

Формулы из задачи 10 можно доказать легче, чем с помощью группировки - с помощью гиперкомплексных чисел. Случай 2-х квадратов - комплексные числа, 4-х - кватернионы, 8-и - октавы.

Примечание 3:

Теорема о невозможности 16-и: теорема Фробениуса

$$D^2 + d^2 = 2(a^2 + b^2)$$

РАНЬШЕ БЫЛА ЦЕЛЬ - разложить
ЗДЕСЬ другая - сделать сумму квадратов

$$\begin{aligned}(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) &= \\ a^2 * x^2 + a^2 * y^2 + b^2 * x^2 + b^2 * y^2 &= \\ = (ax)^2 + (ay)^2 + (bx)^2 + (by)^2 &= \\ = (ax)^2 + 2(ax)(by) + (by)^2 + (ay)^2 + (bx)^2 - 2(ax)(by) &= \\ = (ax)^2 + 2(ax)(by) + (by)^2 + (ay)^2 - 2(ay)(bx) + (bx)^2 &= \\ = (ax+by)^2 + (ay-bx)^2 &= \end{aligned}$$

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2$$

17,16,90,83

$$(17^2 + 16^2) * (90^2 + 83^2) = \text{найдется числа} = \text{число1}^2 + \text{число2}^2 = \\ = 2858^2 + 29^2$$

$$(ax+by) = 17*90 + 16*83 = 2858$$

$$(ay-bx) = 17*83 - 16*90 = -29$$

17,16,90,83,1,2,3,4

$$(17^2 + 16^2 + 90^2 + 83^2)(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2) = \\ = \text{число1}^2 + \text{число2}^2 + \text{число3}^2 + \text{число4}^2$$

17,16,90,83,1,2,3,4,71,72,73,74,75,76,77,78

$$(17^2 + 16^2 + 90^2 + 83^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2)(71^2 + 72^2 + 73^2 + 74^2 + 75^2 + 76^2 + 77^2 + 78^2) = \\ = \text{число1}^2 + \text{число2}^2 + \text{число3}^2 + \text{число4}^2 + \text{число5}^2 + \text{число6}^2 + \text{число7}^2 + \text{число8}^2$$