

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x+y)(x^2 - xy + y^2) + z(z^2 - 3xy)$$

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz &= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 + z^3 - 3xyz - 3x^2y - 3xy^2 = \\ &= (x+y)^3 + z^3 - 3xyz - 3x^2y - 3xy^2 = \\ &= (x+y)^3 + z^3 - 3xy(z+x+y) = \\ &= (x+y+z) * ((x+y)^2 - (x+y) * z + z^2) - 3xy(z+x+y) = \\ &= (x+y+z) [(x+y)^2 - (x+y) * z + z^2 - 3xy] = \\ &= (x+y+z) [x^2 + 2xy + y^2 - zx - zy + z^2 - 3xy] = \\ &= (x+y+z) [x^2 + y^2 - zx - zy + z^2 + xy(2-3)] = \\ &= (x+y+z) [x^2 + y^2 - zx - zy + z^2 - xy] = \\ &= (x+y+z) [x^2 + y^2 + z^2 - zx - zy - xy] \end{aligned}$$

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$