

Рождение иррациональных чисел

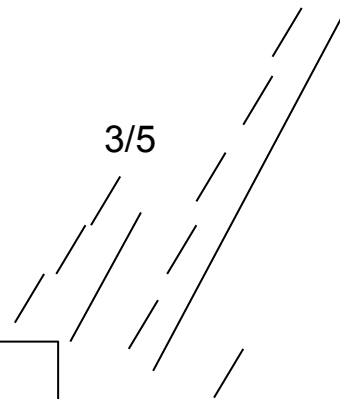
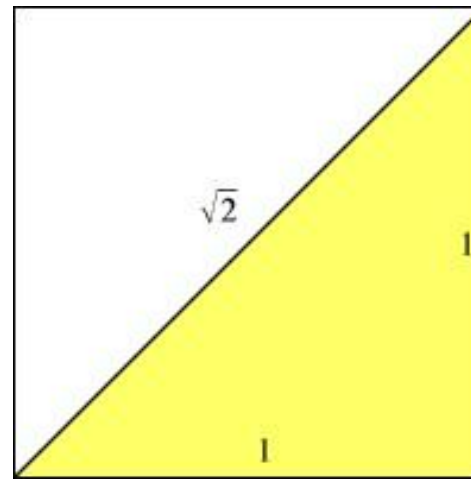
Рассмотрите квадрат со стороной один. Найдите длину его диагонали.

Докажите, что длина диагонали квадрата - число иррациональное (не представимо в виде p/q , где p - целое, q - натуральное)

$$x^2 = 1^2 + 1^2$$
$$x = \sqrt{2}$$

Виды чисел

- 1) натуральные 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11...
- 2) целые 0, +1, +2, +3, +4, +5, +6, +7, +8, +9, +10, +11...
- 3) рациональные $0, +1/2, +1/3, +2/3, +5/3$
 m/n , где m - целое, n - натуральное
- 4) иррациональные - это те, которые не рациональные



соизмеримые -
если для 2-х
отрезков есть
единица мера (в
виде 3-го
отрезка), тогда
этот отрезок
третий можно в
них уложить
целое число раз

Танцевальный клуб
медленный танец -
мальчики приглашают
девочек

если останутся лишние
девочки - девочек
больше

а если лишние мальчики
- мальчиков больше

ЛЕММА

$$2q^2 = p^2 \Rightarrow p - \text{число четное}$$

пусть p - нечетное, тогда $p = 2k + 1$

$$2q^2 = (2k + 1)^2$$

$$2q^2 = 4k^2 + 4k + 1$$

$$\text{чет} = \text{чет} + \text{чет} + 1$$

противоречие

$$\sqrt{2} \neq p/q$$

пусть $\sqrt{2}$ рациональное, тогда $\sqrt{2} = p/q$ (и при этом можно считать дробь p/q несократимой)

$$\sqrt{2} = 65/15 = 13/3$$

$$\sqrt{2} = p/q \quad |^2$$

$$2 = p^2/q^2 \quad | * q^2$$

$$2q^2 = p^2 \Rightarrow p - \text{число четное}, p = 2 * k$$

$$2q^2 = (2 * k)^2$$

$$2q^2 = 4 * k^2 \quad | : 2$$

$$q^2 = 2k^2 \Rightarrow q - \text{число четное}$$

получается что дробь p/q сократима на 2 (раз оба четные) \Rightarrow противоречие с несократимостью