

### 9\*Однородные уравнения

Однородные уравнения - это уравнения, все члены которых имеют одинаковую степень, а справа 0.

Уравнение вида  $Au^2 + Buv + Cv^2 = 0$  называется однородным уравнением II-ой степени относительно  $U$  и  $V$ .

Проверяем возможность деления на  $U$  и  $V$ .

Делим на  $U^2(V^2)$

$AU^2 + BUV + CV^2 = 0$  делим на  $U^2(U \neq 0)$ , получаем

$$A + BV/U + CV^2/U^2 = 0$$

Пусть  $V/U = y$ , тогда  $V^2/U^2 = y^2$ , получаем ур-ие:

$$A + By + Cy^2 = 0$$

Обратная замена

### Задачи на однородные уравнения

$$1) (x^2 - x + 1)^4 - 10x^2(x^2 - x + 1)^2 + 9x^4 = 0$$

$$U = (x^2 - x + 1)^2$$

$$V = x^2$$

$$U^2 - 10VU + 9V^2 = 0$$

$$1 - 10V/U + 9V^2/U^2 = 0$$

$$V/U = y$$

$$1 - 10y + 9y^2 = 0$$

$$9y^2 - 10y + 1 = 0$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 1/9$$

$$V/U = 1$$

$$x^2 / (x^2 - x + 1)^2 = 1$$

$$x^2 - (x^2 - x + 1)^2 = 0$$

$$(x - x^2 + x - 1)(x + x^2 - x + 1) = 0$$

$$-x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 1$$

$$x^2 + 1 = 0$$

Решений нет

$$V/U = 1/9$$

$$x^2 / (x^2 - x + 1)^2 = 1/9$$

$$x^2 - 1/9(x^2 - x + 1)^2 = 0$$

$$9x^2 - (x^2 - x + 1)^2 = 0$$

$$(3x - x^2 + x - 1)(3x + x^2 - x + 1) = 0$$

$$-x^2 + 4x - 1 = 0 \quad D_2 = 4 - 1 = 3 \quad x_1 = -2 - \sqrt{3} / -1 = 2 + \sqrt{3} \quad x_2 = 2 - \sqrt{3}$$

$$2) 2(x - 1)^4 - 5(x^2 - 3x + 2)^2 + 2(x - 2)^4 = 0$$

$$U = (x - 1)^2$$

$$V = (x - 2)^2$$

$$2 - 5V/U + 2V^2/U^2 = 0$$

$$V/U = y$$

$$2 - 5y + 2y^2 = 0$$

$$2y^2 - 5y + 2 = 0$$

$$D = 25 - 16 = 9$$

$$y_1 = (5 - 3) / 4 = 1/2$$

$$y_2 = 2$$

$$V/U = 1/2$$

$$(x - 1)^2 / (x - 2)^2 = 1/2$$

$$(x - 1)^2 - 1/2(x - 2)^2 = 0$$

$$2(x - 1)^2 - (x - 2)^2 = 0$$

$$2(x^2 - 2x + 1) - (x^2 - 4x + 4) = 0$$

$$2x^2 - 4x + 2 - x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$x^2 - 2 = 0$$

$$x^2 = 2$$

$$x_1 = \sqrt{2}$$

$$x_2 = -\sqrt{2}$$

$$V/U = 2$$

$$(x - 1)^2 / (x - 2)^2 = 2$$

$$(x - 1)^2 - 2(x - 2)^2 = 0$$

$$(x^2 - 2x + 1) - 2(x^2 - 4x + 4) = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 - 2x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$-x^2 + 6x - 7 = 0$$

$$x^2 - 6x + 7 = 0$$

$$D_2 = 9 - 7 = 2$$

$$x_1 = 3 - \sqrt{2}$$

$$x_2 = 3 + \sqrt{2}$$

Ответ:  $3 - \sqrt{2}; \sqrt{2}; -\sqrt{2}$

