

Однородные уравнения

Однородные уравнения - это уравнения, все члены которых имеют одинаковую степень, а справа 0.

Уравнение вида $Au^2 + Buv + Cv^2 = 0$ называется однородным уравнением II-ой степени относительно U и V .

Проверяем возможность деления на U и V .

Делим на $U^2(V^2)$

$AU^2 + BUV + CV^2 = 0$ делим на $U^2(U \neq 0)$, получаем

$$A + BV/U + CV^2/U^2 = 0$$

Пусть $V/U = y$, тогда $V^2/U^2 = y^2$, получаем ур-ие:

$$A + By + Cy^2 = 0$$

Обратная замена

Задачи на однородные уравнения

$$1) (x^2 - x + 1)^4 - 10x^2(x^2 - x + 1)^2 + 9x^4 = 0$$

$$(x^2 - x + 1)^2 = u$$

$$x^2 = v$$

$$u^2 - 10uv + 9v^2 = 0$$

$$1 - 10v/u + 9v^2/u^2 = 0$$

$$v/u = t$$

$$1 - 10t + 9t^2 = 0$$

$$9t^2 - 10t + 1 = 0$$

$$t_1 = 1$$

$$t_2 = 1/9$$

$$v/u - 1 = 0$$

$$v/u - 1/9 = 0$$

$$2) 2(x - 1)^4 - 5(x^2 - 3x + 2)^2 + 2(x - 2)^4 = 0$$

Пусть $u = (x - 1)^2$; $v = (x - 2)^2$

$$(x - 1)(x - 2) = x^2 - 2x - x + 2 = x^2 - 3x + 2$$

Пусть $u/v = y$, тогда получаем ур-е:

$$2 - 5y + 2y^2 = 0$$

$$2y^2 - 5y + 2 = 0$$

$$D = 25 - 16 = 9$$

$$y_1 = (5 - 3)/4 = 1/2$$

$$y_2 = (5 + 3)/4 = 2$$

$$x_1 = -v_2$$

$$x_2 = v_2$$

$$x_3 = 3 - v_2$$

$$x_4 = 3 + v_2$$

$$x^2/(x^2 - x + 1)^2 - 1 = 0$$

$$x^2/(x^2 - x + 1)^2 - (x^2 - x + 1)^2/(x^2 - x + 1)^2 = 0$$

$$x^2 - (x^2 - x + 1)^2 = 0$$

$$(x - (x^2 - x + 1))(x + x^2 - x + 1) = 0$$

$$(x - x^2 + x - 1)(x + x^2 - x + 1) = 0$$

$$x - x^2 + x - 1 = 0$$

$$-x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$x = 1$$

$$x + x^2 - x + 1 = 0$$

$$x^2 + 1 = 0$$

Корней нет

$$x^2/(x^2 - x + 1)^2 - 1/9 = 0$$

$$9x^2/9(x^2 - x + 1)^2 - (x^2 - x + 1)^2/9(x^2 - x + 1)^2 = 0$$

$$9x^2 - (x^2 - x + 1)^2 = 0$$

$$(3x - (x^2 - x + 1))(3x + (x^2 - x + 1)) = 0$$

$$(3x - x^2 + x - 1)(3x + x^2 - x + 1) = 0$$

$$3x - x^2 + x - 1 = 0$$

$$-x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$D = 16 - 4 = 12$$

$$x_1 = (4 - \sqrt{12})/2$$

$$x_2 = (4 + \sqrt{12})/2$$

$$3x + x^2 - x + 1 = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$x = -1$$

$$(x - 1)^2/(x - 2)^2 = 2$$

$$(x - 1)^2/(x - 2)^2 - 2 = 0$$

$$2(x - 1)^2/2(x - 2)^2 - 2(x - 2)^2/2(x - 2)^2 = 0$$

$$2(x - 1)^2 - 2(x - 2)^2 = 0$$

$$(v_2(x - 1) - (x - 2))(v_2(x - 1) + (x - 2)) = 0$$

$$(v_2x - v_2 - x + 2)(v_2x - v_2 + x - 2) = 0$$

$$v_2x - v_2 - x + 2 = 0$$

$$x(v_2 - 1) - v_2 + 2 = 0$$

$$x(v_2 - 1) = v_2 - 2$$

$$x = (v_2 - 2)/(v_2 - 1)$$

$$x = (v_2 - 2)(v_2 + 1)/(v_2 - 1)(v_2 + 1)$$

$$x = (v_2 - 2)(v_2 + 1)/1$$

$$x = 2 + v_2 - 2v_2 - 2 = -v_2$$

$$v_2x - v_2 + x - 2 = 0$$

$$x(v_2 + 1) - v_2 - 2 = 0$$

$$x(v_2 + 1) = v_2 + 2$$

$$x = (v_2 + 2)/(v_2 + 1)$$

$$x = (v_2 + 2)(v_2 - 1)/(v_2 + 1)(v_2 - 1)$$

$$x = (v_2 + 2)(v_2 - 1)$$

$$x = 2 - v_2 + 2v_2 - 2 = v_2$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = (2 - v_3)/1$$

$$x_3 = (2 + v_3)/1$$

$$x_4 = -1$$

$$(x - 1)^2/(x - 2)^2 = 2$$

$$(x - 1)^2/(x - 2)^2 - 2 = 0$$

$$(x - 1)^2/(x - 2)^2 - 2(x - 2)^2/(x - 2)^2 = 0$$

$$(x - 1)^2 - 2(x - 2)^2 = 0$$

$$(x - 1 - v_2x + 2v_2)(x - 1 + v_2x - 2v_2) = 0$$

$$x - 1 - v_2x + 2v_2 = 0$$

$$x(1 - v_2) - 1 + 2v_2 = 0$$

$$x(1 - v_2) = 1 - 2v_2$$

$$x = (1 - 2v_2)/(1 - v_2)$$

$$x = (1 - 2v_2)(1 + v_2)/(1 - v_2)(1 + v_2)$$

$$x = -(1 - 2v_2)(1 + v_2)$$

$$x = -1 - v_2 + 2v_2 + 2v_2^2 = 3 + v_2$$

$$x - 1 + v_2x - 2v_2 = 0$$

$$x(1 + v_2) - 1 - 2v_2 = 0$$

$$x(1 + v_2) = 1 + 2v_2$$

$$x = (1 + 2v_2)/(1 + v_2)$$

$$x = (1 + 2v_2)(1 - v_2)/(1 + v_2)(1 - v_2)$$

$$x = -(1 + 2v_2)(1 - v_2)$$

$$x = -1 + v_2 - 2v_2 + 4$$

$$x = 3 - v_2$$

