

Однородные уравнения

Однородные уравнения - это уравнения, все члены которых имеют одинаковую степень, а справа 0.

Уравнение вида $Au^2 + Buv + Cv^2 = 0$ называется однородным уравнением II-ой степени относительно U и V .

Проверяем возможность деления на U и V .

Делим на $U^2(V^2)$

$AU^2 + BUV + CV^2 = 0$ делим на $U^2(U \neq 0)$, получаем

$$A + BV/U + CV^2/U^2 = 0$$

Пусть $V/U = y$, тогда $V^2/U^2 = y^2$, получаем ур-ие:

$$A + By + Cy^2 = 0$$

Обратная замена

Задачи на однородные уравнения

$$2) 2(x-1)^4 - 5(x^2-3x+2)^2 + 2(x-2)^4 = 0$$
$$2(x-1)^4 - 5(x-1)^2(x-2)^2 + 2(x-2)^4 = 0$$

$$U = (x-1)^2$$

$$V = (x-2)^2$$

$$2U^2 - 5UV + 2V^2 = 0 \quad |V^2$$

$$2U^2/V^2 - 5U/V + 2 = 0$$

$$U/V = T$$

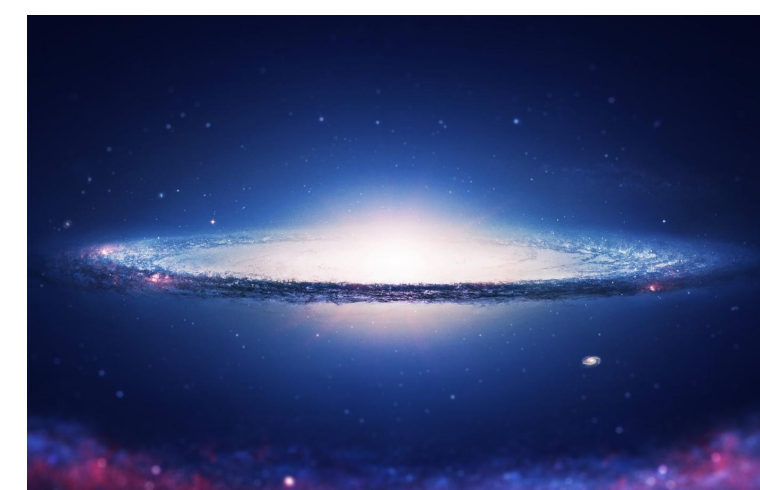
$$2T^2 - 5T + 2 = 0$$

$$D = 25 - 16 = 9$$

$$x_1 = (5+3)/4 = 2$$

$$x_2 = (5-3)/4 = 1/2$$

освобождение от иррациональности в знаменителе



любая квадратичная ф-ия раскладывается

$$x^2 - 3x + 2 = a(x-x_1)(x-x_2) = 1(x-1)(x-2) = (x-1)(x-2)$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

сумма коэф-тов $1-3+2=0$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = c/a = 2/1 = 2$$

первая обратная замена

$$U/V = 2$$

$$(x-1)^2/(x-2)^2 = 2 \quad |*(x-2)^2$$

$$(x-1)^2 = 2(x-2)^2$$

$$(x-1)^2 - 2(x-2)^2 = 0$$

$$(x-1)^2 - (V^2(x-2))^2 = 0$$

$$((x-1) - (V^2(x-2)))(x-1) + (V^2(x-2)) = 0$$

$$(x-1 - V^2(x-2))(x-1 + V^2(x-2)) = 0$$

$$x-1 - V^2(x-2) = 0$$

$$x-1 - V^2x + 2V^2 = 0$$

$$x - V^2x = 1 - 2V^2$$

$$x(1-V^2) = 1 - 2V^2 \quad |:(1-V^2)$$

$$x = (1 - 2V^2) / (1 - V^2)$$

$$x = (1 - 2V^2)(1 + V^2) / (1 - V^2)(1 + V^2)$$

$$x = (1 + V^2 - 2V^2 - 4) / (1^2 - V^2^2)$$

$$x = (-3 - V^2) / (-1) = 3 + V^2$$

другой путь

$$(x-1)^2 = 2(x-2)^2$$

$$x^2 - 2x + 1 = 2(x^2 - 4x + 4)$$

$$x^2 - 2x + 1 = 2x^2 - 8x + 8$$

$$0 = 2x^2 - 8x + 8 - x^2 + 2x - 1$$

$$x^2 - 6x + 7 = 0$$

$$D^* = (9) - 7 = 2$$

$$x_1 = 3 - V^2$$

$$x_2 = 3 + V^2$$

вторая обратная замена

$$U/V = 1/2$$

$$(x-1)^2/(x-2)^2 = 1/2$$

$$2(x-1)^2/(2(x-2)^2) = 1/2$$

$$2(x-1)^2 = 1/2(2(x-2)^2)$$

$$2(x-1)^2 = (x-2)^2$$

$$2(x^2 + 1 - 2x) = x^2 + 4 - 4x$$

$$2x^2 + 2 - 4x = x^2 + 4 - 4x$$

$$x^2 - 2 = 0$$

$$(x-V^2)(x+V^2) = 0 \quad \text{другой путь}$$

$$0 \quad \text{or} \quad 0$$

$$x^2 - 2 = 0$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \pm V^2$$

$$x - V^2 = 0$$

$$x = V^2$$

$$x + V^2 = 0$$

$$x = -V^2$$

Ответ: $3 - V^2; 3 + V^2; V^2; -V^2$

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$$

ур-ие 4-ой степени

есть общие методы (формулы Феррари) - их смысл в их существовании

1) окольные методы (возвратные, однородные, разложение на множители)

2) методы угадывания корней (если корни рациональные числа)

3) в инженерной задаче приближенные методы (метод Ньютона)