Теорема Безу и деление в столбик многочленов

Формулировка:

При делении многочлена n-ой степени относительно x, расположенного по убывающим степени x, на двучлен (x-a) остаток от деления равен значению делимого при x=a

Доказательство:

Поделим многочлен $P(x)$ на $(x-a)$, получим $P(x)=(x-a)Q(x)\ R(x)$, но $R(x)$ имеет степень меньше многочлена $(x-a)$ в силу того, что $R(x)$ - остаток.(иначе кусок $R(x)$ можно было бы включить в $Q(x)$).

А значит $R(x)$ -просто число. Подставляем x=a в формулу $P(x)=(x-a)Q(x)\ R(x)$, получаем $P(a)=(a-a)Q(x)\ R=R$, теорема доказана

Задача 1

Найти остаток от деления $x^3 + 5x^2 - 6x - 6 = 0$ на двучлен $(x-2)$

а) уголком

б) по теореме Безу

Следствия из теоремы Безу

I. Если многочлен делится без остатка на (x-a), то a-корень этого многочлена

II. Если a-корень многочлена, то он обязательно делится без остатка на (x-a)

Задача 2

Используя Следствие II из теоремы Безу решить следующие задачи (разложить на множители) ИЗ ПЕРВОГО ЛИСТКА

1) $(x^2+2xy+y^2)$
2) **$(x^2 - 2xy +y^2)$**
3) $(x^2 - y^2)$
4) $(x^3 - y^3)$
5) $(x^3 + y^3)$
6) $(x^5 - y^5)$
7) $(x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3)$

```
x^3 + 5x^2 − 6x − 6|x-2
x^3 - 2x^2         |x^2+7x+8
     7x^2 - 6x
     7x^2-14x
          8x - 6
          8x - 16
               10
```

```
3) (x^2 − y^2)  при x=y
x^2 +0x -y^2|x-y
x^2 -xy     |x+y
     xy-y^2
     xy-y^2
          0
```

```
2) (x^2 − 2xy +y^2) x=y
x^2-2xy+y^2|x-y
x^2-xy     |x-y
     -xy+y^2
     -xy+y^2
           0
```

```
5) (x^3 + y^3) при x=-y
x^3 +0x^2+0x+ y^3|x+y
x^3+yx^2         |x^2-xy+y^2
     -yx^2+0x
     -yx^2-xy^2
            xy^2+y^3
            xy^2+y^3
                   0
```

```
6) (x^5 - y^5) при x=y
x^5+0x^4+0x^3+0x^2+0x-y^5|x-y
x^5-yx^4                 |x^4+yx^3+y^2x^2+y^3x+y^4
     yx^4+0x^3
     yx^4-y^2x^3
          y^2x^3+0x^2
          y^2x^3-y^3x^2
                 y^3x^2+0x
                 y^3x^2-y^4x
                        y^4x-y^5
                        y^4x-y^5
                               0
```

```
7) (x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3) при x=-y
x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3|x+y
x^3+yx^2                 |x^2+2yx+y^2
        2yx^2+3xy^2
        2yx^2+2y^2x
                xy^2+y^3
                xy^2+y^3
                       0
```

$P\_n(x)=P\_k(x)*Q(x) + r\_t(x)$

$n>k>t$

$x^2-5x+6=(x-2)*Q(x) + 2x-3=$

$=(x-2)*Q(x) + 2(x -2+ 2-3/2)=$

$=(x-2)*Q(x)+2(x -2)+2(2-3/2)=$

$=(x-2)*(Q(x)+2)+2(2-3/2)$

$25=7*2 + 11= 7*2 + 7+ 4=$

$=7(2+1) + 4$

Этьен Безу

31.03.1730-27.09.1768

$y(x)=P(x)$

$P(x)=(x-a)*Q(x)+r(x)$

делимое=делитель*частное + остаток

при x=a

$P(a)=r(a)$

$P(a)=(a-a)*Q(a)+r(a)=r(a)$

$y(x)=x^2-5x+6$

$y(x)=x^2-5x+6=(x-2)Q(x)+r(x)$

$y(2)=r(2)=2^2-5*2+6=0$

```
x^2-5x+6 | x-2
x^2-2x   |x -3
     -3x+6
     -3x +6
         0
```

$x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$

_$g=(x^2+2xy+y^2) =(x+y)(x+y)$_

$g(x)=(x^2+2xy+y^2)$, y - число

при каком $x=-y$ $g(x)=0$

_$(x^2+2xy+y^2)=(x - (-y))q(x) + 0$_

```
x^2+2xy+y^2|x+y
x^2+xy     |x+y
     xy+y^2
     xy+y^2
          0
```

$g(x)=(x^3 - y^3)$ при $x=y$ $g(x)$

```
x^3 +0x^2+0x− y^3|x-y
x^3 -x^2y        |x^2+xy+y^2
     x^2y+0x
     x^2y-xy^2
          xy^2-y^3
          xy^2-y^3
                 0
```

_$2^3 + 5*2^2 - 6*2 - 6=8+20-12-6=10$_