Теорема Безу и деление в столбик многочленов

Формулировка:

При делении многочлена n-ой степени относительно x, расположенного по убывающим степени x, на двучлен (x-a) остаток от деления равен значению делимого при x=a

Доказательство:

Поделим многочлен P(x) на (x-a), получим P(x)=(x-a)Q(x) R(x), но R(x) имеет степень меньше многочлена (x-a) в силу того, что R(x) - остаток.(иначе кусок R(x) можно было бы включить в Q(x).

А значит R(x) -просто число. Подставляем x=a в формулу P(x)=(x-a)Q(x) R(x), получаем P(a)=(a-a)Q(x) R=R, теорема доказана

Задача 1

Найти остаток от деления x^3 + 5x^2 – 6x – 6 = 0 на двучлен (x-2)

а) уголком

б) по теореме Безу

Следствия из теоремы Безу

I. Если многочлен делится без остатка на (x-a), то a-корень этого многочлена

II. Если a-корень многочлена, то он обязательно делится без остатка на (x-a)

Задача 2

Используя Следствие II из теоремы Безу решить следующие задачи (разложить на множители) ИЗ ПЕРВОГО ЛИСТКА

1) (x^2 +2xy +y^2)

2) (x^2 – 2xy +y^2)

3) (x^2 – y^2)

4) (x^3 – y^3)

5) (x^3 + y^3)

6) (x^5 – y^5)

7) (x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3)

$P(x)=2x+1 \quad R(x)=5$

Этьен Безу

31.03.1730-27.09.1768

делимое=делитель*частное+ остаток

остаток < делитель

25=7*3+4

4 < 7

$$P(x)=(x-a)\cdot Q(x)+\boxed{R(x)}=R$$

$$0=\deg(R(x))<\deg(x-a)=1$$

$$P(a)=\underbrace{(a-a)}_{=0}\cdot Q(a)+R(a)$$

$$P(a)=R(a)=R$$