Теорема Безу и деление в столбик многочленов

Формулировка:

При делении многочлена n-ой степени относительно x, расположенного по убывающим степени x, на двучлен (x-a) остаток от деления равен значению делимого при x=a

Доказательство:

Поделим многочлен $P(x)$ на $(x-a)$, получим $P(x)=(x-a)Q(x)$ $R(x)$, но $R(x)$ имеет степень меньше многочлена $(x-a)$ в силу того, что $R(x)$ - остаток.(иначе кусок $R(x)$ можно было бы включить в $Q(x)$.

А значит $R(x)$ -просто число. Подставляем $x=a$ в формулу $P(x)=(x-a)Q(x)$ $R(x)$, получаем $P(a)=(a-a)Q(x)$ $R=R$, теорема доказана

Задача 1

Найти остаток от деления $x^3 + 5x^2 - 6x - 6$ на двучлен $(x-2)$

а) уголком

б) по теореме Безу

Следствия из теоремы Безу

I. Если многочлен делится без остатка на (x-a), то a-корень этого многочлена

II. Если a-корень многочлена, то он обязательно делится без остатка на (x-a)

$P(x)=x^3 + 5x^2 - 6x - 6$ на двучлен $(x-2)$

$P(x)=(x-2)*q(x) + R$

$P(2)=(2-2)*q(x) + R = 2^3 + 5*2^2 - 6*2 - 6=8+20-12-6=10$

$x^3 + 5x^2 - 6x - 6 \mid x-2$

$x^3- \quad 2x^2 \qquad \mid x^2 + 7x + 8$

$7x^2 - 6x$

$7x^2 - 14x$

$8x - 6$

$8x - 16$

10

$(x^3 + 5x^2 - 6x - 6)= (x-2)*(x^2 + 7x + 8) + 10$

$6x^3 + 6x^2 - 6x - 6=0$

$P(x)=6x^3 + 6x^2 - 6x - 6$

$x=1$ корень

$P(x)=(x-1)*q(x) + r$

$P(1)=0=>r=0$

$P(x)=(x-1)*q(x)=(x-1)*(6x^2+12x+6)$

$6x^3 + 6x^2 - 6x - 6 \mid x-1$

$6x^3 - 6x^2 \qquad \mid 6x^2+12x+6$

$12x^2-6x$

$12x^2-12x$

$6x-6$

$6x-6$

0

Этьен Безу

31.03.1730-27.09.1768