Теорема Безу и деление в столбик многочленов

$P(x)=2x+1$ $R(x)=5$

Формулировка:

При делении многочлена n-ой степени относительно x, расположенного по убывающим степени x, на двучлен (x-a) остаток от деления равен значению делимого при x=a

Доказательство:

Поделим многочлен $P(x)$ на $(x-a)$, получим $P(x)=(x-a)Q(x)\ R(x)$, но $R(x)$ имеет степень меньше многочлена $(x-a)$ в силу того, что $R(x)$ - остаток.(иначе кусок $R(x)$ можно было бы включить в $Q(x)$.

А значит $R(x)$ -просто число. Подставляем $x=a$ в формулу $P(x)=(x-a)Q(x)\ R(x)$, получаем $P(a)=(a-a)Q(x)\ R=R$, теорема доказана

Этьен Безу

31.03.1730-27.09.1768

Задача 1

Найти остаток от деления $x^3 + 5x^2 - 6x - 6 = 0$ на двучлен $(x-2)$

а) уголком

б) по теореме Безу

Следствия из теоремы Безу

I. Если многочлен делится без остатка на (x-a), то a-корень этого многочлена

II. Если a-корень многочлена, то он обязательно делится без остатка на (x-a)

Задача 2

Используя Следствие II из теоремы Безу решить следующие задачи (разложить на множители) ИЗ ПЕРВОГО ЛИСТКА

1) $(x^2 +2xy +y^2)$

2) $(x^2 - 2xy +y^2)$

3) $(x^2 - y^2)$

4) $(x^3 - y^3)$

5) $(x^7 + y^7)$ - готово

6) $(x^5 - y^5)$ - надо сделать

7) $(x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3)$ - готово

$(x^2 +2xy +y^2) =0$

это ур-ие относительно x, а y - просто число

$x=-y$

$x^2 +2xy +y^2 \mid (x- (-y))$

$x^2 +2xy +y^2 \mid x+y$

$(x^3 +0*x^2+0*x + y^3) \mid (x+y)$

$x^3+x^2y \qquad \mid x^2-xy+y^2$

$-x^2y+0*x$

$-x^2y-xy^2$

xy^2+y^3

xy^2+y^3

0

$x^7+0*x^6+0*x^5+0x^4+0x^3+0*x^2+0*x+y^7 \mid x+y$

$x^7+x^6y \qquad \mid x^6-x^5y+x^4y^2-x^3y^3+x^2y^4$ и так далее по Биному Ньютона...

$-x^6y+0*x^5$

$-x^6y-x^5y^2$

$x^5y^2+0*x^4$

$x^5y^2+x^4y^3$

$-x^4y^3+0*x^3$

$-x^4y^3-x^3y^4$

$x^3y^4+0*x^2$...

$x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 \mid x+y$

$x^3+x^2y \qquad \mid x^2+2xy+y^2$

$2x^2y+3xy^2$

$2x^2y+2xy^2$

xy^2+y^3

xy^2+y^3

0

Ответ: $(x+y)(x^2+2xy+y^2)$ или $(x+y)(x+y)^2$

$x^5 + 0x^4 + 0*x^3 + 0*x^2 + 0*x - y^5 \mid x-y$

$x^5 - x^4y \qquad \mid x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4$

x^4y+0*x^3

$x^4y - x^3y^2$

$x^3y^2+0*x^2$

$x^3y^2-x^2y^3$

x^2y^3+0*x