Теорема Безу и деление в столбик многочленов

Формулировка:

При делении многочлена n-ой степени относительно x, расположенного по убывающим степени x, на двучлен (x-a) ***остаток от деления равен значению делимого при x=a*** *Доказательство:*

Поделим многочлен P(x) на (x-a), получим P(x)=(x-a)Q(x) R(x), но R(x) имеет степень меньше многочлена (x-a) в силу того, что R(x) - остаток.(иначе кусок R(x) можно было бы включить в Q(x).

А значит R(x) -просто число. Подставляем x=a в формулу P(x)=(x-a)Q(x) R(x), получаем P(a)=(a-a)Q(x) R=R, теорема доказана

Задача 1

Найти остаток от деления x^3 + 5x^2 − 6x − 6 = 0 на двучлен (x-2)

а) уголком

б) по теореме Безу

Следствия из теоремы Безу

I. Если многочлен делится без остатка на (x-a), то a-корень этого многочлена

II. Если a-корень многочлена, то он обязательно делится без остатка на (x-a)

A_n*x^n + A_n-1*x^(n-1) + … + A_2*x^2+A_1*x + A_0=0
P(x)=0

P(x)=(x-a)*q(x) + r(x)=(x-a)*q(x) + r, deg(r(x))=0 < deg(x-a)=1
делимое=делитель*частное+ остаток, остаток < делителя
25=7*3+4 4<7

r= P(a)
мы можем найти остаток не проводя самого деления
док-во
P(a)=(a-a)*q(a) + r=r

x^4 − x^3 − 7x^2 + x + 6 = 0
x^4-x^3-6x^2-x^2+x+6=0
x^3(x-1)-6(x^2-1)-x(x-1)=0
(x-1)(x^3-6(x+1)-x)=0
x-1=0
x=1
x^3-6(x+1)-x=0
x(x^2-1)-6(x+1)=0
(x+1)(x^2-x-6)=0
x+1=0
x=-1
x^2-x-6=0
x1=3
x2=-2
ответ:1,-1,3,-2

x^4 − x^3 − 7x^2 + x + 6 | x-1
x^4-x^3 |x^3+0*x^2-7x-6
0*x^3-7x^2
0
-7x^2+x
-7x^2+7x
-6x+6
-6x+6
0

x^4 − x^3 − 7x^2 + x + 6= 0
(x-1)(x^3+0*x^2-7x-6)=0

x^3-7x-6| x- (-1)

x^3+0*x^2-7x-6 | x+1
x^3+x^2 |x^2-x-6
-x^2-7x
-x^2-x
-6x-6
-6x-6
0
x^3-7x-6=0
(x+1)(x^2-x-6)=0

x^2-x-6=0
x1=3
x2=-2

Этьен Безу

31.03.1730-27.09.1768

x^3 + 5x^2 − 6x − 6 | x-2
x^3- 2x^2 |x^2+7x+8
7x^2 -6x
7x^2-14x
8x - 6
8x - 16
10

P(x)=x^3 + 5x^2 − 6x − 6
P(2)=2^3 + 5*2^2 − 6*2 − 6=8+20-12-6=10

x^3 + 5x^2 - (x^3- 2x^2) = 7x^2

ДОМАШНЯЯ!!!

Задача 2

Используя Следствие II из теоремы Безу решить следующие задачи (разложить на множители) ИЗ ПЕРВОГО ЛИСТКА

1) (x^2 +2xy +y^2)

2) (x^2 − 2xy +y^2)

3) (x^2 − y^2)

4) (x^3 − y^3)

5) (x^3 + y^3)

6) (x^5 − y^5)

7) (x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3)

x^2 −y^2=x^2+xy-xy-y^2=x(x+y)-y(x+y)=(x+y)(x-y)
x^3 - y^3=x^3-y^3+x^2y-x^2y+y^2x-y^2x=
x^3+x^2y+y^2x-y^3-y^2x-x^2y=x(x^2+xy+y^2)-y(x^2+xy+y^2)=(x^2+xy+y^2)(x-y)

P(x)=x^2 −y^2

x^2 −y^2=0
x=y

x^2 +0*x −y^2 | x-y
x^2-xy |x+y
xy-y^2
xy-y^2
0

x^2 −y^2=(x-y)(x+y)

P(x)=x^3 +y^3

x^3 +y^3=0
x=-y

x^3 +y^3 | x-(-y)

x^3 +0*x^2+0*x+y^3 | x+y
x^3+x^2y |x^2-xy+y^2
-x^2y+0*x
-x^2y-xy^2
xy^2+y^3
xy^2+y^3
0

x^3 +y^3 = (x+y)(x^2-xy+y^2)