

Теорема Безу и деление в столбик многочленов

Формулировка:

При делении многочлена n -ой степени относительно x , расположенного по убывающим степени x , на двучлен $(x-a)$ остаток от деления равен значению делимого при $x=a$ Доказательство:

Поделим многочлен $P(x)$ на $(x-a)$, получим $P(x)=(x-a)Q(x) + R(x)$, но $R(x)$ имеет степень меньше многочлена $(x-a)$ в силу того, что $R(x)$ - остаток. (иначе кусок $R(x)$ можно было бы включить в $Q(x)$).

А значит $R(x)$ - просто число. Подставляем $x=a$ в формулу $P(x)=(x-a)Q(x) + R(x)$, получаем $P(a)=(a-a)Q(a) + R=R$, теорема доказана

Задача 1

Найти остаток от деления $x^3 + 5x^2 - 6x - 6 = 0$ на двучлен $(x-2)$

а) уголком

б) по теореме Безу

Следствия из теоремы Безу

I. Если многочлен делится без остатка на $(x-a)$, то a -корень этого многочлена

II. Если a -корень многочлена, то он обязательно делится без остатка на $(x-a)$

Задача 2

Используя Следствие II из теоремы Безу решить следующие задачи (разложить на множители) ИЗ ПЕРВОГО ЛИСТКА

ДЗ

1) $(x^2 + 2xy + y^2) = (x+y)^2$

2) $(x^2 - 2xy + y^2) = (x-y)^2$

3) $(x^2 - y^2) = (x-y)(x+y)$

4) $(x^3 - y^3) = (x-y)(x^2+xy+y^2)$

5) $(x^3 + y^3)$

6) $(x^5 - y^5) = (x-y)(x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4)$

7) $(x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3) = (x+y)^3$

$(x^3 + y^3) = x^3+y^3+x^2y-x^2y+y^2x-y^2x=x(x^2-xy+y^2)+y(x^2-xy+y^2)=(x^2-xy+y^2)(x+y)$

$f(x)=(x^2 + 2xy + y^2)$

$x=-y$

$f(x)=(x^2 - 2xy + y^2)$

$x=y$

$f(x)=(x^2 - y^2)$

$x=y$

$f(x)=(x^3 - y^3)$

$x=y$

$f(x)=(x^5 - y^5)$

$x=y$

$f(x)=(x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3)$

$x=-y$

$x^2 + 2xy + y^2 | x+y$

$x^2+xy | x+y$

$xy+y^2$

$xy+y^2$

0

$x^2+0*x - y^2 | x-y$

$x^2-xy | x+y$

$xy-y^2$

$xy-y^2$

0

$x^2 - 2xy + y^2 | x-y$

$x^2-xy | x-y$

$-xy+y^2$

$-xy+y^2$

0

$x^3+0*x^2+0*x - y^3 | x-y$

$x^3-x^2y | x^2+xy+y^2$

x^2y+0*x

x^2y-xy^2

xy^2-y^3

xy^2-y^3

0

$x^3 + 5x^2 - (x^3 - 2x^2) = 7x^2$

$7x^2 - 6x - (7x^2 - 14x) = 8x$

$x^3 + 5x^2 - 6x - 6 | x-2$

$x^3 - 2x^2 | x^2+7x+8$

$7x^2 - 6x$

$7x^2 - 14x$

$8x - 6$

$8x-16$

10

$f(x)=x^3 + 5x^2 - 6x - 6$

$f(2)=2^3 + 5*2^2 - 6*2 - 6=8+20-12-6=10$

$x^3 + 5x^2 - (x^3 - 2x^2) = 7x^2$

$7x^2 - 6x - (7x^2 - 14x) = 8x$

$x^3 + 5x^2 - 6x - 6 | x-2$

$x^3 - 2x^2 | x^2+7x+8$

$7x^2 - 6x$

$7x^2 - 14x$

$8x - 6$

$8x-16$

10

$f(x)=x^3 + 5x^2 - 6x - 6$

$f(2)=2^3 + 5*2^2 - 6*2 - 6=8+20-12-6=10$

$x^3 + 5x^2 - (x^3 - 2x^2) = 7x^2$

$7x^2 - 6x - (7x^2 - 14x) = 8x$

$x^3 + 5x^2 - 6x - 6 | x-2$

$x^3 - 2x^2 | x^2+7x+8$

$7x^2 - 6x$

$7x^2 - 14x$

$8x - 6$

$8x-16$

10

$f(x)=x^3 + 5x^2 - 6x - 6$

$f(2)=2^3 + 5*2^2 - 6*2 - 6=8+20-12-6=10$

$x^3 + 5x^2 - (x^3 - 2x^2) = 7x^2$

$7x^2 - 6x - (7x^2 - 14x) = 8x$

$x^3 + 5x^2 - 6x - 6 | x-2$

$x^3 - 2x^2 | x^2+7x+8$

$7x^2 - 6x$

$7x^2 - 14x$

$8x - 6$

$8x-16$

10

$f(x)=x^3 + 5x^2 - 6x - 6$

$f(2)=2^3 + 5*2^2 - 6*2 - 6=8+20-12-6=10$

$x^3 + 5x^2 - (x^3 - 2x^2) = 7x^2$

$7x^2 - 6x - (7x^2 - 14x) = 8x$

$x^3 + 5x^2 - 6x - 6 | x-2$

$x^3 - 2x^2 | x^2+7x+8$

$7x^2 - 6x$

$7x^2 - 14x$

$8x - 6$

$8x-16$

10

$f(x)=x^3 + 5x^2 - 6x - 6$

$f(2)=2^3 + 5*2^2 - 6*2 - 6=8+20-12-6=10$

$x^3 + 5x^2 - (x^3 - 2x^2) = 7x^2$

$7x^2 - 6x - (7x^2 - 14x) = 8x$

$x^3 + 5x^2 - 6x - 6 | x-2$

$x^3 - 2x^2 | x^2+7x+8$

$7x^2 - 6x$

$7x^2 - 14x$

$8x - 6$

$8x-16$

10

$f(x)=x^3 + 5x^2 - 6x - 6$

$f(2)=2^3 + 5*2^2 - 6*2 - 6=8+20-12-6=10$

$x^3 + 5x^2 - (x^3 - 2x^2) = 7x^2$

$7x^2 - 6x - (7x^2 - 14x) = 8x$

$x^3 + 5x^2 - 6x - 6 | x-2$

$x^3 - 2x^2 | x^2+7x+8$

$7x^2 - 6x$

$7x^2 - 14x$

$8x - 6$

$8x-16$

10

$f(x)=x^3 + 5x^2 - 6x - 6$

$f(2)=2^3 + 5*2^2 - 6*2 - 6=8+20-12-6=10$

$x^3 + 5x^2 - (x^3 - 2x^2) = 7x^2$

$7x^2 - 6x - (7x^2 - 14x) = 8x$

$x^3 + 5x^2 - 6x - 6 | x-2$

$x^3 - 2x^2 | x^2+7x+8$

$7x^2 - 6x$

$7x^2 - 14x$

$8x - 6$

$8x-16$

10

$f(x)=x^3 + 5x^2 - 6x - 6$

$f(2)=2^3 + 5*2^2 - 6*2 - 6=8+20-12-6=10$

$x^3 + 5x^2 - (x^3 - 2x^2) = 7x^2$

$7x^2 - 6x - (7x^2 - 14x) = 8x$

$x^3 + 5x^2 - 6x - 6 | x-2$

$x^3 - 2x^2 | x^2+7x+8$

$7x^2 - 6x$

$7x^2 - 14x$

$8x - 6$

$8x-16$

10

$f(x)=x^3 + 5x^2 - 6x - 6$

$f(2)=2^3 + 5*2^2 - 6*2 - 6=8+20-12-6=10$

$x^3 + 5x^2 - (x^3 - 2x^2) = 7x^2$

$7x^2 - 6x - (7x^2 - 14x) = 8x$

$x^3 + 5x^2 - 6x - 6 | x-2$

$x^3 - 2x^2 | x^2+7x+8$

$7x^2 - 6x$

$7x^2 - 14x$

$8x - 6$

$8x-16$

10

$f(x)=x^3 + 5x^2 - 6x - 6$

$f(2)=2^3 + 5*2^2 - 6*2 - 6=8+20-12-6=10$

$x^3 + 5x^2 - (x^3 - 2x^2) = 7x^2$

$7x^2 - 6x - (7x^2 - 14x) = 8x$

$x^3 + 5x^2 - 6x - 6 | x-2$

$x^3 - 2x^2 | x^2+7x+8$

$7x^2 - 6x$

$7x^2 - 14x$

$8x - 6$

$8x-16$

10

$f(x)=x^3 + 5x^2 - 6x - 6$

$f(2)=2^3 + 5*2^2 - 6*2 - 6=8+20-12-6=10$

$x^3 + 5x^2 - (x^3 - 2x^2) = 7x^2$

$7x^2 - 6x - (7x^2 - 14x) = 8x$

$x^3 + 5x^2 - 6x - 6 | x-2$

$x^3 - 2x^2 | x^2+7x+8$

$7x^2 - 6x$

$7x^2 - 14x$

$8x - 6$

$8x-16$

10

$f(x)=x^3 + 5x^2 - 6x - 6$

$f(2)=2^3 + 5*2^2 - 6*2 - 6=8+20-12-6=10$

$x^3 + 5x^2 - (x^3 - 2x^2) = 7x^2$

$7x^2 - 6x - (7x^2 - 14x) = 8x$

$x^3 + 5x^2 - 6x - 6 | x-2$

$x^3 - 2x^2 | x^2+7x+8$

$7x^2 - 6x$

$7x^2 - 14x$

$8x - 6$

$8x-16$

10

$f(x)=x^3 + 5x^2 - 6x - 6$

$f(2)=2^3 + 5*2^2 - 6*2 - 6=8+20-12-6=10$

$x^3 + 5x^2 - (x^3 - 2x^2) = 7x^2$

$7x^2 - 6x - (7x^2 - 14x) = 8x$

$x^3 + 5x^2 - 6x - 6 | x-2$

$x^3 - 2x^2 | x^2+7x+8$

$7x^2 - 6x$

$7x^2 - 14x$

$8x - 6$

$8x-16$

10

$f(x)=x^3 + 5x^2 - 6x - 6$

$f(2)=2^3 + 5*2^2 - 6*2 - 6=8+20-12-6=10$

$x^3 + 5x^2 - (x^3 - 2x^2) = 7x^2$