

Теорема Безу и деление в столбик многочленов

Формулировка:

При делении многочлена n -ой степени относительно x , расположенного по убывающим степени x , на двучлен $(x-a)$ остаток от деления равен значению делимого при $x=a$

Доказательство:

Поделим многочлен $P(x)$ на $(x-a)$, получим $P(x)=(x-a)Q(x)+R(x)$, но $R(x)$ имеет степень меньше многочлена $(x-a)$ в силу того, что $R(x)$ - остаток. (иначе кусок $R(x)$ можно было бы включить в $Q(x)$).

А значит $R(x)$ - просто число. Подставляем $x=a$ в формулу $P(x)=(x-a)Q(x)+R(x)$, получаем $P(a)=(a-a)Q(x)+R=R$, теорема доказана

Задача 1

Найти остаток от деления $x^3 + 5x^2 - 6x - 6 = 0$ на двучлен $(x-2)$

а) уголком

б) по теореме Безу

Следствия из теоремы Безу

I. Если многочлен делится без остатка на $(x-a)$, то a -корень этого многочлена

II. Если a -корень многочлена, то он обязательно делится без остатка на $(x-a)$

Задача 2

Используя Следствие II из теоремы Безу решить следующие задачи (разложить на множители) ИЗ ПЕРВОГО ЛИСТКА

- 1) $(x^2 + 2xy + y^2)$
- 2) $(x^2 - 2xy + y^2)$
- 3) $(x^2 - y^2)$
- 4) $(x^3 - y^3)$
- 5) $(x^3 + y^3)$
- 6) $(x^5 - y^5)$
- 7) $(x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3)$

Этьен Безу

31.03.1730-27.09.1768

x^3-7x^2+2x+1 будем делить на $x-6$

$$\begin{array}{r} x^3-7x^2+2x+1 \quad | \quad x-6 \\ x^3-6x^2 \quad \quad | \quad x^2-x-4 \\ \hline -x^2+2x \quad \quad \quad \\ -x^2+6x \quad \quad \quad \\ \hline -4x+1 \quad \quad \quad \\ -4x+24 \quad \quad \quad \\ \hline -23 \end{array}$$

$$x^3-7x^2+2x+1=(x-6)(x^2-x-4)+(-23)$$

$\deg(\text{остатка}) < \deg(x-6)$

$$\begin{array}{r} 25|7 \\ 21|3 \\ 4 \end{array}$$

$$25=7 \cdot 3+4$$

делимое=делитель*частное+остаток
остаток < делитель

Суворов
1790
1861
1915

православная
церковь 15
миллионов рабов

при подстановке $x=6$
 $6^3-7 \cdot 6^2+2 \cdot 6+1=(-23)$

если ты делил на $x-a$, то
при подстановке $x=a$ в
многочлен ты получишь
остаток от деления на $x-a$

$$25=7 \cdot 2+11=7 \cdot 2+7+4=7 \cdot (2+1)+4=7 \cdot 3+4$$