

Теорема Безу и деление в столбик многочленов

Формулировка:

При делении многочлена n -ой степени относительно x , расположенного по убывающим степени x , на двучлен $(x-a)$ остаток от деления равен значению делимого при $x=a$ Доказательство:

Поделим многочлен $P(x)$ на $(x-a)$, получим $P(x)=(x-a)Q(x)+R(x)$, но $R(x)$ имеет степень меньше многочлена $(x-a)$ в силу того, что $R(x)$ - остаток. (иначе кусок $R(x)$ можно было бы включить в $Q(x)$).

А значит $R(x)$ - просто число. Подставляем $x=a$ в формулу $P(x)=(x-a)Q(x)+R(x)$, получаем $P(a)=(a-a)Q(x)+R=R$, теорема доказана

Задача 1

Найти остаток от деления $x^3 + 5x^2 - 6x - 6 = 0$ на двучлен $(x-2)$

а) уголком

б) по теореме Безу

Следствия из теоремы Безу

I. Если многочлен делится без остатка на $(x-a)$, то a -корень этого многочлена

II. Если a -корень многочлена, то он обязательно делится без остатка на $(x-a)$

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 5x^2 - 6x - 6 & x-2 \\ x^3 - 2x^2 & | x^2 + 7x + 8 \\ \hline 0 & 7x^2 - 6x \\ & 7x^2 - 14x \\ & \hline & 8x - 6 \\ & 8x - 16 \\ & \hline & 10 \end{array}$$

$$2^3 + 20 - 12 - 6 = 10$$

Этьен Безу

31.03.1730-27.09.1768

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-a) \cdot g(x) + \text{остаток} = (x-a) \cdot g(x) + 0 = (x-a) \cdot g(x) \\ f(a) &= (a-a) \cdot g(x) = 0 \end{aligned}$$