Теорема Безу и деление в столбик многочленов

Формулировка:

При делении многочлена n-ой степени относительно x, расположенного по убывающим степени x, на двучлен (x-a) остаток от деления равен значению делимого при x=a Доказательство:

Поделим многочлен P(x) на (x-a), получим P(x)=(x-a)Q(x)+R(x), но R(x) имеет степень меньше многочлена (x-a) в силу того, что R(x) - остаток.(иначе кусок R(x) можно было бы включить в Q(x).

А значит R(x) -просто число. Подставляем x=a в формулу P(x)=(x-a)Q(x)+ R(x), получаем P(a)=(a-a)Q(x)+R=R, теорема доказана

Задача 1

Найти остаток от деления $x^3 + 5x^2 - 6x - 6 = 0$ на двучлен (x-2)

а) уголком

б) по теореме Безу

Следствия из теоремы Безу

I. Если многочлен делится без остатка на (x-a), то a-корень этого многочлена

II. Если a-корень многочлена, то он обязательно делится без остатка на (x-a)

Задача 2

Используя Следствие II из теоремы Безу решить следующие задачи (разложить на множители) ИЗ ПЕРВОГО ЛИСТКА

1) $(x^2 +2xy +y^2) = -y^2 - 2y^2$

2) $(x^2 - 2xy +y^2)$

3) $(x^2 - y^2)$

4) $(x^3 - y^3)$

5) $(x^3 + y^3)$

6) $(x^5 - y^5)$ 7) $(x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3)$

$(x^3 - y^3) = (x-y)(x^2 + yx + y^2)$

$x=y$

$x^3+0*x^2 + 0*x^1 - y^3 \mid x-y$

$x^3 - yx^2$ $\qquad x^2+yx+y^2$

$yx^2 + 0*x^1$

yx^2-xy^2

$xy^2 - y^3$

$xy^2 - y^3$

0

Этьен Безу

31.03.1730-27.09.1768

$x^2 +2xy +y^2 \mid x+y$

$x^2 + yx$ $\qquad x+y$

...

$x=-y$

$x+y$

$x^2 +2xy +y^2=(x+y)*g(x)=(x+y)*(x+y)=(x+y)^2$

3)$(x^2 - y^2)$

$x=+y$

$x^2 - y^2 \mid x - y$

$x^2 + 0*x^1 - y^2 \mid x - y$

$x^2 - yx \qquad \mid x + y=g(x)$

$yx - y^2$

$yx - y^2$

0

$(x^2 - y^2) =(x - y)*g(x) = (x - y)*(x + y)$