Рациональные корни многочлена

Формулировка
В многочлене вида A_nx^n + A_n−1x^n−1 + … + A_1x^1 + A_0 = 0, A_n! = 0
Рациональные корни следует искать только среди чисел вида или - B_0/B_n, где B_0 - делитель A_0 и B_n - делитель A_n

Доказательство

Лемма 1
Если приведенное уравнение x^n + k_n−1x^n−1 + … + k_1x^1 + k_0 = 0 имеет целый корень, то он обязательно будет делителем свободного члена k_0
x^n + k_n−1x^n−1 + … + k_1x^1 = - k_0
x[x^n-1 + k_n−1x^n−2 + … + k_1x^0] = - k_0

Задача 1
Найти рациональные корни многочленов
-1;1;-½;½.
1) 2x^3 − 7x^2 + 5x − 1|x-½
2x^3-x^2 |2x^2-6x+2
-6x^2+5x
-6x^2+3x
2x-1
2x-1
0
D=9-4=5
x1=(3-v5)/2
x2=(3+v5)/2
Ответ:x1=½;x2=(3-v5)/2;x3=(3+v5)/2.

Задача 2
Решить уравнения УГОЛКОМ
2;-2
0) x^3-0*x^2 − 3x − 2 = 0 | x-2
x^3-2x^2 |x^2+2x+1
2x^2-3x
2x^2-4x
x-2
x-2
0
x^2+2x+1=0 (x+1)^2=0 x=-1
Ответ:2;-1.

Лемма 2
Приведенное уравнение x^n + k_n−1x^n−1 + … + k_1x^1 + k_0 = 0 не может иметь ни одного дробного корня.

пусть есть дробный корен x=p/q
*(p/q)^n + k_n−1(p/q)^n−1 + … + k_1(p/q)^1 =- k_0 |*q^n*
*(p)^n + k_n−1(p)^n−1*q^1 + … + k_1(p)^1*q^(n-1) =- k_0 *q^n*
*k_0 *q^n+ k_n−1(p)^n−1*q^1 + … + k_1(p)^1*q^(n-1) =- (p)^n*
*q[k_0 *q^n-1+ k_n−1(p)^n−1*q^0 + … + k_1(p)^1*q^(n-2)]=- (p)^n*
p должно делиться на q

СЛУЧАЙ НЕПРИВИДЕННОГО УРАВНЕНИЯ
A_nx^n + A_n−1x^n−1 + … + A_1x^1 + A_0 = 0 | * A_n^(n-1)
A_n^nx^n + A_n−1* A_n^(n-1)x^n−1 + … + A_1* A_n^(n-1)x^1 + A_0* A_n^(n-1) = 0
(A_n*x)^n + A_n−1* (A_n*x)^n−1 + … + A_1* A_n^(n-2)*(A_n*x)^1 + A_0* A_n^(n-1) = 0
полагаем A_n*x=y
(y)^n + A_n−1* (y)^n−1 + … + A_1* A_n^(n-2)*(y)^1 + A_0* A_n^(n-1) = 0
приведенное относительно y
целые корни среди делителей числа A_0* A_n^(n-1)
пусть yi - это один из корней, угаданных нами (т.е. один из делителей)
A_n*x=yi
x=yi/A_n

1) x^4 − 27x^2 − 14x + 120 = 0
x^4-0*x^3 − 27x^2 − 14x + 120|x-2
x^4-2x^3 |x^3+2x^2-23x-60
2x^3-27x^2
2x^3-4x^2
-23x^2-14x
-23x^2+46x
-60x+120
-60x+120
0
x^3+2x^2-23x-60|x+3
x^3+3x^2 |x^2-x-20
-x^2-23x
-x^2-3x
-20x-60
-20x-60
0
x^2-x-20=0
D=1+80=81
x1=5
x2=-4
Ответ:2;-3;5;-4

2) x^4 − 5x^3 + 10x^2 − 10x + 4|x-1
x^4-x^3 |x^3-4x^2+6x-4
-4x^3+10x^2
-4x^3+4x^2
6x^2-10x
6x^2-6x
-4x+4
-4x+4
0
x^3-4x^2+6x-4|x-2
x^3-2x^2 |x^2-2x+2
-2x^2+6x
-2x^2+4x
2x-4
2x-4
0
x^2-2x+2
D=1-2=-1
Ответ:1;2
3) x^4 − 4x^2 + 6x − 4 = 0