

Рациональные корни многочлена

Формулировка

В многочлене вида $A_n x^n + A_{n-1} x^{n-1} + \dots + A_1 x + A_0 = 0$, $A_n \neq 0$

Рациональные корни следует искать только среди чисел вида или $-B_0/B_n$, где B_0 - делитель A_0 и B_n - делитель A_n

Доказательство

Лемма 1

Если приведенное уравнение $x^n + k_{n-1} x^{n-1} + \dots + k_1 x + k_0 = 0$ имеет целый корень, то он обязательно будет делителем свободного члена k_0

Лемма 2

Приведенное уравнение $x^n + k_{n-1} x^{n-1} + \dots + k_1 x + k_0 = 0$ не может иметь ни одного дробного корня.

Задача 1

Найти рациональные корни многочленов

1) $2x^3 - 7x^2 + 5x - 1 = 0$

2) $x^3 - 3x - 2 = 0$

$B_n = +-1$

$B_0 = +-2; +-1$

Задача 2

Решить уравнения УГОЛКОМ

1) $x^4 - 27x^2 - 14x + 120 = 0$

3) $x^4 - 4x^2 + 6x - 4 = 0$

$$\begin{array}{r} x^3 + 0x^2 - 3x - 2 \mid x+1 \\ x^3 + x^2 \\ \hline -x^2 - 3x \\ -x^2 - x \\ \hline -2x - 2 \\ -2x - 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$x_1 = -1$
 $x_2 = 2$



$2x^3 - 7x^2 + 5x - 1 = 0$

$B_n: +-2; +-1$

$B_0: +-1$

$B_0/B_n \quad +-1/+1 \quad +-1/+2$

$2*(1/2)^3 - 7*(1/2)^2 + 5*1/2 - 1 = 0$

$1/4 - 7/4 + 10/4 - 1 = 0$

$2x^3 - 7x^2 + 5x - 1 \mid x-1/2$

$2x^3 - x^2 $

$6x^2 + 5x$

$6x^2 + 3x$

$2x - 1$

$2x - 1$

0

$x^2 + 3x + 1$

$D = 9 - 4 = 5$

$x_1 = (-3 + \sqrt{5})/2$

$x_2 = (-3 - \sqrt{5})/2$

1) $x^4 - 27x^2 - 14x + 120 = 0$

$B_n = +-1$

$B_0 = +-1; +-2; +-3$

$x^4 + 0x^3 - 27x^2 - 14x + 120 \mid x-2$

$x^4 - 2x^3 $

$2x^3 - 27x^2$

$2x^2 - 4x^2$

$-23x^2 - 14x$

$-23x^2 + 46x$

$-60x + 120$

$-60x + 120$

0

$x^3 + 2x^2 - 23x - 60 = 0$

$B_n = +-1$

$B_0 = +-1; +-2; +-3$

$x^3 + 2x^2 - 23x - 60 \mid x+3$

$x^3 + 3x^2 $

$-x^2 - 23x$

$-x^2 - 3x$

$-20x - 60$

$-20x - 60$

0

$x_1 = 5$

$x_2 = -4$

2) $x^4 - 5x^3 + 10x^2 - 10x + 4 = 0$

$B_n = +-1$

$B_0 = +-1; +-2; +-4$

$x^4 - 5x^3 + 10x^2 - 10x + 4 \mid x-1$

$x^4 - x^3 $

$-4x^3 + 10x^2$

$-4x^3 + 4x^2$

$6x^2 - 10x$

$6x^2 - 6x$

$-4x + 4$

$-4x + 4$

0

$x^3 - 4x^2 + 6x - 4 = 0$

$B_n = +-1$

$B_0 = +-1; +-2; +-4$

$x^3 - 4x^2 + 6x - 4 \mid x-2$

$x^3 - 2x^2 \Rightarrow$ корней нет

$-2x^2 + 6x$

$-2x^2 + 4x$

$2x - 4$

$2x - 4$

0