

Обобщённая Теорема Виетта



Франсуа Виет (1540-1603)

1) Докажите ещё раз теорему Виета, опираясь на разложение трехчлена
 $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)=ax^2-ax^2-a^*x_1+ax_1^*x_2=ax^2+x(-a^*x_2-a^*x_1)+ax_1^*x_2,$

$a=a$
 $b=-a^*x_2-a^*x_1 \quad (-a^*x_2-a^*x_1)/-a=x_2+x_1=-b/a$
 $c=ax_1^*x_2 \quad (ax_1^*x_2)/a=x_1^*x_2=c/a$

где x_1, x_2 - корни уравнения $ax^2+bx+c=0$

2) Докажите, что для многочлена 3-ей степени имеет место аналогичное разложение

$ax^3+bx^2+cx+d=a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)=a^*x^3-a^*x^2*x_1-a^*x^2*x_2-a^*x^2*x_3+a^*x^*x_1*x_2+a^*x^*x_2*x_3+a^*x^*x_1*x_3-$
 $-a^*x_1^*x_2*x_3=a^*x^3+x^2(-a^*x_1-a^*x_2-a^*x_3)+x(a^*x_1^*x_2+a^*x_2^*x_3+a^*x_1^*x_3)-a^*x_1^*x_2^*x_3,$
 $a=a$

$b=-a^*x_1-a^*x_2-a^*x_3 \quad (-a^*x_1-a^*x_2-a^*x_3)/-a=x_1+x_2+x_3=-b/a$
 $c=a^*x_1^*x_2+a^*x_2^*x_3+a^*x_1^*x_3 \quad (a^*x_1^*x_2+a^*x_2^*x_3+a^*x_1^*x_3)/a=x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3=c/a$
 $d=-a^*x_1^*x_2^*x_3 \quad (-a^*x_1^*x_2^*x_3)/a=x_1x_2x_3=-d/a$

где x_1, x_2, x_3 - корни уравнения $ax^3+bx^2+cx+d=0$

Указание: воспользуйтесь теоремой Безу

3) Проведите с этим разложением вычисления, аналогичные теореме Виета

$ax^3+bx^2+cx+d=a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$

4) Определите общую закономерность для уравнений произвольной степени

$ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=0$
 $a=a$
 $-b/a=x_1+x_2+x_3+x_4$
 $c/a=x_1x_2+x_1x_3+x_1x_4+x_2x_3+x_2x_4+x_3x_4$
 $-d/a=x_1x_2x_3+x_2x_3x_4+x_3x_4x_1+x_1x_2x_4$
 $e/a=x_1x_2x_3x_4$

$(1; (-2+\sqrt{5})/2; (-2-\sqrt{5})/2)$
 $((-2+\sqrt{5})/2; (-2-\sqrt{5})/2; 1)$
 $((-2+\sqrt{5})/2; 1; (-2-\sqrt{5})/2)$
 $(1; (-2-\sqrt{5})/2; (-2+\sqrt{5})/2)$
 $((-2-\sqrt{5})/2; (-2+\sqrt{5})/2; 1)$
 $((-2-\sqrt{5})/2; 1; (-2+\sqrt{5})/2)$

$p+q+r=-1=-b/a$
 $pq+qr+pr=-3=c/a$
 $pqr=-1=-d/a$
 $x^3+x^2-3x+1=0$

	1	1	-3	1	
1	1	2	-1	0	

$ax^2+bx+c=$
 $a(x^2+bx/a+c/a)=$
 $a(x^2+2bx/2a+c/a+(b/2a)^2-(b/2a)^2)=$
 $a((x+b/2a)^2+c/a-(b/2a)^2)=$
 $a((x+b/2a)^2-(V(b^2-4ca)/2a)^2)=$
 $a(x+b/2a-V(b^2-4ca)/2a)(x+b/2a+V(b^2-4ca)/2a)=$
 $a(x+b/2a-VD/2a)(x+b/2a+VD/2a)=$
 $a(x+(b-VD)/2a)(x+(b+VD)/2a)=$
 $a(x-(-b+VD)/2a)(x-(-b-VD)/2a)=a(x-x_1)(x-x_2)$

$ax^3+bx^2+cx+d=a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$
 $ax^3+bx^2+cx+d=(x-x_1)*Q(x)+0$ по Т Безу
 $Q(x)=(x-x_2)*P(x)+0$ по Т Безу
 $P(x)=(x-x_3)*T+0$ по Т Безу
 $ax^3+bx^2+cx+d=(x-x_1)*Q(x)=$
 $=(x-x_1)*(x-x_2)*P(x)=(x-x_1)*(x-x_2)*(x-x_3)*T=$
 $=(x-x_1)*(x-x_2)*(x-x_3)a$

$x^2+x+10=0$
 $D=-39$
 $x_1=(-1+i\sqrt{39})/2$
 $x_2=(-1-i\sqrt{39})/2$
 $i^2=-1 \quad i=\sqrt{-1}$

image -
 воображаемая,
 мнимая

основная теорема алгебры
 1800 Гаусс, уравнение n-ой
 степени имеет n-комплексных
 чисел

$x^2+2x-1=0$
 $D=5$
 $x_1=(-2+\sqrt{5})/2$
 $x_2=(-2-\sqrt{5})/2$