Обобщённая Теорема Виетта

1) Докажите ещё раз теорему Виета, опираясь на разложение трехчлена
$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)=a(x^2-x_1 \cdot x-x_2 \cdot x+x_1 \cdot x_2)=ax^2-ax \cdot x_1-ax \cdot x_2+a \cdot x_1 \cdot x_2=ax^2+x(-ax_1-ax_2)+a \cdot x_1 \cdot x_2$
$x_1+x_2=-b/a$
$x_1 \cdot x_2=c$
где x_1, x_2 - корни уравнения $ax^2+bx+c=0$

2) Докажите, что для многочлена 3-ей степени имеет место аналогичное разложение
$ax^3+bx^2+cx+d=a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)=a(x^2-xx_1-xx_2+x_1x_2)(x-x_3)=a(x^3-x^2x_1-x^2x_2+xx_1x_2-x^2x_3+xx_1x_3+xx_2x_3-x_1x_2x_3)=ax^3-ax^2x_1-ax^2x_2+axx_1x_2-ax^2x_3+axx_1x_3+axx_2x_3-ax_1x_2x_3=ax^3+x^2(-ax_1-ax_2-ax_3)+x(ax_1x_2+ax_1x_3+ax_2x_3)-ax_1x_2x_3$
$+x_1+x_2+x_3=-b/a$
$x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=c/a$
$x_1x_2x_3=-d/a$
где x_1, x_2, x_3 - корни уравнения $ax^3+bx^2+cx+d=0$
Указание: воспользуетесь теоремой Безу

3) Проведите с этим разложением вычисления, аналогичные теореме Виета
$ax^3+bx^2+cx+d=a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$

4) Определите общую закономерность для уравнений произвольной степени
$ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=0$
$x_1+x_2+x_3+x_4=-b/a$
$x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3+x_1x_4+x_2x_4+x_3x_4=c/a$
$x_1x_2x_3+x_1x_2x_4+x_2x_3x_4+x_1x_3x_4=-d/a$
$x_1x_2x_3x_4=e/a$


Франсуа Виет (1540-1603)

15/1

	1	-5	3	-15
5	1	0	3	0

решить систему
$x+y+z=5$
$xy+xz+yz=3$
$xyz=15$
$x=5$ $y=iV3$ $z=-iV3$ (и еще 6 перестановок)

$t^3 - 5t^2 + 3t - 15=0$
$t=5$
$t^2+3=0$
решений нет
$t_{2,3}=\pm iV3$