Обобщённая Теорема Виетта


Франсуа Виет (1540-1603)

1) Докажите ещё раз теорему Виета, опираясь на разложение трехчлена
ax^2+bx+c=a(x-x1)(x-x2)=ax^2-ax*x2-ax*x1+ax1*x2=ax^2+x(-a*x2-a*x1)+
+ax1*x2,
a=a
b=-a*x2-a*x1 (-a*x2-a*x1)/-a=x2+x1=-b/a
c=ax1*x2 (ax1*x2)/a=x1*x2=c/a
где x1, x2 - корни уравнения ax^2+bx+c=0
2) Докажите, что для многочлена 3-ей степени имеет место аналогичное разложение
ax^3+bx^2+cx+d=a(x-x1)(x-x2)(x-x3)=a*x^3-a*x^2*x1-a*x^2*x2-a*x^2*x3+a*x*x1*x2+a*x*x2*x3+a*x*x1*x3-
-a*x1*x2*x3=a*x^3+x^2(-a*x1-a*x2-a*x3)+x(a*x1*x2+a*x2*x3+a*x1*x3)-a*x1*x2*x3 ,
a=a
b=-a*x1-a*x2-a*x3 (-a*x1-a*x2-a*x3)/-a=x1+x2+x3=-b/a
c=a*x1*x2+a*x2*x3+a*x1*x3 (a*x1*x2+a*x2*x3+a*x1*x3)/a=x1x2+x2x3+x1x3=c/a
d=-a*x1*x2*x3 (-a*x1*x2*x3)/a=x1x2x3=-d/a
где x1, x2, x3 - корни уравнения ax^3+bx^2+cx+d=0
Указание: воспользуетесь теоремой Безу

3) Проведите с этим разложением вычисления, аналогичные теореме Виета
ax^3+bx^2+cx+d=a(x-x1)(x-x2)(x-x3)

4) Определите общую закономерность для уравнений произвольной степени

ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=0
a=a
-b/a=x1+x2+x3+x4
c/a=x1x2+x1x3+x1x4+x2x3+x2x4+
+x3x4
-d/a=x1x2x3+x2x3x4+x3x4x1+
+x1x2x4
e/a=x1x2x3x4

ax^2+bx+c=
a(x^2+bx/a+c/a)=
a(x^2+2bx/2a+c/a+(b/2a)^2-(b/2a)^2)=
a((x+b/2a)^2+c/a-(b/2a)^2)=
a((x+b/2a)^2-(V(b^2-4ca)/2a)^2)=
a(x+b/2a-V(b^2-4ca)/2a)(x+b/2a+V(b^2-4ca)/2a)=
a(x+b/2a-VD/2a)(x+b/2a+VD/2a)=
a(x+(b-VD)/2a)(x+(b+VD)/2a)=
a(x-(-b+VD)/2a)(x-(-b-VD)/2a)=a(x-x1)(x-x2)

ax^3+bx^2+cx+d=a(x-x1)(x-x2)(x-x3)

ax^3+bx^2+cx+d=(x-x1)*Q(x)+0 по Т Безу
Q(x)=(x-x2)*P(x) + 0 по Т Безу
P(x)=(x-x3)*T + 0 по Т Безу

ax^3+bx^2+cx+d=(x-x1)*Q(x)=
=(x-x1)*(x-x2)*P(x)=(x-x1)*(x-x2)*(x-x3)*T=
=(x-x1)*(x-x2)*(x-x3)a

p+q+r=-1=-b/a
pq+qr+pr=-3=c/a
pqr=-1=-d/a
x^3+x^2-3x+1=0

(1;(-2+V5)/2;(-2-V5)/2)
((-2+V5)/2;(-2-V5)/2;1)
((-2+V5)/2;1;(-2-V5)/2)
(1;(-2-V5)/2;(-2+V5)/2)
((-2-V5)/2;(-2+V5)/2;1)
((-2-V5)/2;1;(-2+V5)/2)

	1	1	-3	1	
1	1	2	-1	0	

x^2+x+10=0
D=-39
x1=(-1+iV39)/2
x2=(-1-iV39)/2
i^2=-1 i=V(-1)

image - воображаемая, мнимая

основная теорема алгебры 1800 Гаусс, уравнение n-ой степени имеет n-комплексных чисел

x^2+2x-1=0
D=5
x1=(-2+V5)/2
x2=(-2-V5)/2