

Обобщённая Теорема Виетта

1) Докажите ещё раз теорему Виета, опираясь на разложение трехчлена $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$, где x_1, x_2 - корни уравнения $ax^2+bx+c=0$

2) Докажите, что для многочлена 3-ей степени имеет место аналогичное разложение $ax^3+bx^2+cx+d=a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$, где x_1, x_2, x_3 - корни уравнения $ax^3+bx^2+cx+d=0$
Указание: воспользуйтесь теоремой Безу

3) Проведите с этим разложением вычисления, аналогичные теореме Виета $ax^3+bx^2+cx+d=a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$

ДЗ 4) Определите закономерность для уравнений 4-ой степени



Франсуа Виет (1540-1603)
 $(y+d)^2=y^2+2yd+d^2$
 $a^2-b^2=...$

Основная теорема алгебры у уравнения n-ой степени всегда ровно n комплексных корней (Гаусс в 1800 году)

комплексное число
 $z=a+bi$, a - вещественная часть, b - мнимая часть
 $7=7+i*0$
 $7+2i$
 $i\sqrt{5}=0+i\sqrt{5}$

$ax^3+bx^2+cx+d=a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$
 $ax^3+bx^2+cx+d=ax^3-ax^2*x_3-ax^2*x_2+ax*x_2*x_3-ax^2*x_1+ax*x_1*x_3+ax*x_1*x_2-ax_1*x_2*x_3=ax^3+x^2(-ax_3-ax_2-ax_1)+x(ax_2*x_3+ax_1*x_3+ax_1*x_2)-ax_1*x_2*x_3$

$a=a$
 $b=-ax_3-ax_2-ax_1$ $-b/a=x_1+x_2+x_3$
 $c=ax_2*x_3+ax_1*x_3+ax_1*x_2$ $c/a=x_2x_3+x_1x_3+x_1x_2$
 $d=-ax_1*x_2*x_3$ $-d/a=x_1*x_2*x_3$

$ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)$
 $a=a$
 $-b/a=x_1+x_2+x_3+x_4$
 $c/a=x_1x_2+x_1x_3+x_1x_4+x_2x_3+x_2x_4+x_3x_4$
 $-d/a=x_1x_2x_3+x_1x_2x_4+x_1x_3x_4+x_2x_3x_4$
 $e/a=x_1*x_2*x_3*x_4$

$p+q+r=-1=-b/a$
 $pq+qr+pr=-3=c/a$
 $pqr=-1=-d/a$
 ax^3+bx^2+cx+d $+-[d]/[a]$
 $x^3+bx^2/a+cx/a+d/a$
 $x^3+1*x^2-3x+1*x^0=0$

$a=a$
 $-b/a=x_1+x_2+x_3+x_4$
 $c/a=x_1x_2+x_1x_3+x_1x_4+x_2x_3+x_2x_4+x_3x_4$
 $-d/a=x_1x_2x_3+x_1x_2x_4+x_1x_3x_4+x_2x_3x_4$
 $e/a=x_1*x_2*x_3*x_4$

	1	1	-3	1
1	1	2	-1	

$x^2+2x-1=0$
 $D=1+1=2$
 $x_1=(-1+\sqrt{2})/1$
 $x_2=(-1-\sqrt{2})/1$

6 комбинаций их x_1, x_2, x_3

$ax^2+bx+c=0$
 x_1

$ax^2+bx+c=(x-x_1)(...)+0$
 $ax^2+bx+c=(x-x_2)(...)+0$

$ax^2+bx+c=(x-x_1)(x-x_2)*(q)+0$
 $a=q$
 $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

 $V(-1)=i$ мнимая единица
 $x^2=-5$ $x^2+5=1(x-i\sqrt{5})(x-(-i\sqrt{5}))$
 $x=-i\sqrt{5}$

$ax^3+bx^2+cx+d=0$
 x_1, x_2, x_3

$ax^3+bx^2+cx+d=(x-x_1)(...)+0$
 $ax^3+bx^2+cx+d=(x-x_2)(...)+0$
 $ax^3+bx^2+cx+d=(x-x_3)(...)+0$

$ax^3+bx^2+cx+d=(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)*(q)+0$
 $a=q$
 $ax^3+bx^2+cx+d=a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$

$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)=ax^2-ax_2*x-ax*x_1+ax_1*x_2=ax^2+x(-ax_2-ax_1)+ax_1*x_2$
 $a=a$
 $b=(-ax_2-ax_1)$ $-b/a=x_2+x_1$
 $c=ax_1*x_2$ $c/a=x_1*x_2$
 $ax^2+bx+c=0$

$a(x^2+bx/a+c/a)=$
 $d=b/2a$
 $a(x^2+bx/a+b^2/4a^2-b^2/4a^2+c/a)=$
 $a((x+b/2a)^2-b^2/4a^2+c/a)=$
 $a((x+b/2a)^2-(b^2-4ac)/4a^2)=$
 $v(b^2-4ac)/2a$
 $a((x+b/2a-v(b^2-4ac)/2a)(x+b/2a+v(b^2-4ac)/2a)=$
 $a((x+(b-v(b^2-4ac)/2a)(x+(b+v(b^2-4ac)/2a)=$
 $a((x-(v(b^2-4ac)-b)/2a)(x-(-b-v(b^2-4ac)/2a)=$
 $a(x-x_1)(x-x_2)$

$a(x^2+bx/a+c/a)=a(x-x_1)(x-x_2)$